# Årsplan og lærerveiledning

Årsplanen tar utgangspunkt i lærebokas kapittelstruktur, og gjør rede for i hvilken grad de ulike kapitlene er læreplanrelevante for Teknologi- og industrifag (TP).

Årsplanen er veiledende og kan tilpasses skolens egen årssyklus.

Det er overlatt til hver enkelt skole å fylle ut datokolonnen.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Kapittel i læreboka**  **og**  **Læringsløp på Aunivers.no** | **Tidsbruk** | **Dato** | **Kompetansemål** | **Veiledning** |
| 1 Tall | 4 uker |  | * identifisere variable storleikar i ulike situasjonar, setje opp formlar og utforske desse ved hjelp av digitale verktøy | *Det er viktig å ikke bruke for lang tid på dette kapitlet, men det danner grunnlaget for det elevene skal jobbe med videre i boka.*  1A Tallmengder gir en innføring i begreper og skrivemåter som elevene vil møte ellers i boken.  1B Tallmønstre danner grunnlaget for å kunne sette opp formler og utforske disse ved hjelp av digitale verktøy. I denne fasen er tanken først og fremst å observere og beskrive, samt bli kjent med enkel programmering i Python.  1C Algoritmer gir eksempler på noen algoritmer, herunder regnerekkefølgen (som de fleste elever har behov for å repetere). Kjerneelementene i matematikk slår fast at algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer.  1D Potenser gir en oversikt over regnereglene for potenser og definerer også potenser der eksponenten er negativ.  1E Store og små tall tar for seg standardform og prefikser. En frukt vi kan høste av å ha definert absoluttverdibegrepet i 1A, er at vi kan gi en kompakt definisjon av standardform, der *a* kan være negativ. Elektronets ladning (–1,60 · 10–19 C) kan hvis ønskelig nevnes som et praktisk eksempel på negative tall på standardform. Dette stoffet, og da særlig koblingen mellom prefikser og standardform er viktig stoff for TP.  1F Overslagsregning gir en enkel innføring i prinsippene ved overslagsregning. Mange elever kjenner ikke forskjellen på overslag og avrunding. Ved overslag bytter vi ut tallene med andre tall som det er lettere å regne raskt med i hodet. Det betyr for eksempel at 58,90 kan byttes ut med 50 eller 60, eller et annet tall, så lenge vi får et enkelt regnestykke: .  1G Grafisk framstilling gir en innføring i å lage og tolke grafiske framstillinger. Det passer å ta underkapitlet sammen med læringsløpet Innhente og framstille data TP. |
| 2 Algebra | 5 uker |  | * identifisere variable storleikar i ulike situasjonar, setje opp formlar og   utforske desse ved hjelp av digitale verktøy   * utforske samanhengar mellom andregradslikningar og andregradsulikskapar, andregradsfunksjonar og kvadratsetningane og bruke samanhengane i problemløysing | 2A Bokstavuttrykk repeterer gunnleggende «bokstavregning» fra grunnskolen.  2B Kvadratsetningene er grunnlaget for etter hvert å kunne utforske sammenhenger som anført i kompetansemålet. Selv om de blir presentert som første, andre og tredjekvadratsetning i viktigboksen på s. 64, har vi bevisst brukt ordet konjugatsetningen for tredje kvadratsetning i oppgavene.  2C Faktorisering repeterer grunnleggende faktorisering fra grunnskolen.  2D Faktorisering med kvadratsetningene tar for seg direkte faktorisering med kvadratsetningene og fullstendig kvadrat-metoden.  2E Brøkregning skal være kjent fra ungdomsskolen, men danner grunnlaget for arbeidet med formler som inneholder brøkuttrykk.  2F Formler tar for seg ulike formler hentet fra blant annet naturfagene og geometri. Vi tar også opp igjen tråden med figurtall som ble påbegynt i kapittel 1. Figurtall blir her formalisert, og er også temaet i to programmeringseksempler. Videoløsninger av programmeringseksemplene finner elevene på Aunivers. |
| 3 Likninger | 9 uker |  | * utforske strategiar for å løyse likningar, likningssystem og ulikskapar og argumentere for tenkjemåtane sine * utforske samanhengar mellom andregradslikningar og andregradsulikskapar, andregradsfunksjonar og kvadratsetningane og bruke samanhengane i problemløysing | 3A Lineære likninger repeterer lineære likninger fra grunnskolen. Forståelsen av begrepene likning, algebraisk uttrykk og identitet kan tones noe ned på TP.  3B Formelregning er en fortsettelse av 2F.  3C Andregradslikninger er det første av to underkapitlet som tar for seg andregradslikninger. Ved å bruke ulike andre løsningsstrategier før *abc*-formelen introduseres, får elevene en dypere forståelse av andregradslikningene spesielt, men også algebra generelt.  3D *abc*-formelen gir innføring i og bevis for løsningsformelen for andregradslikningen .  3E Ekvivalens ved løsning av likninger er innledningen ikke læreplanrelevant for TP, men å sette opp og løse proporsjoner er relevant.  3F Nullpunktfaktorisering gir et verktøy for å faktorisere andregradsuttrykk,  3G Grafisk løsning av likninger tar for seg sentrale sammenhenger mellom likninger og funksjoner. |
| Måleusikkerhet og toleranse  Geometri TP | 5 uker |  | * gjere berekningar og vurderingar knytte til måleusikkerheit og toleranse * utforske og bruke eigenskapane ved geometriske figurar og rekne ut lengder, vinklar, areal, volum, forhold og målestokk i problemløysing innanfor teknologi- og industrifag | Læringsløpet Måleusikkerhet og toleranse tar for seg absolutt og relativ måleusikkerhet, samt beregninger og vurderinger knyttet til måleusikkerhet og toleranse. Det passer derfor godt å ta i forbindelse med læringsløpet Geometri TP.  Læringsløpet Geometri TP går videre med både forhold og formler som er relevante for geometri knyttet til TP. Før elevene arbeider med dette læringsløpet bør derfor minimum kapittel 1E, 2F, 3B, 3E (proporsjonalitet) være dekket.  Før disse læringsløpene kan det være fint med en repetisjon av måleenheter, selv om det ikke er en del av kompetansemålene. |
| 4 Økonomi | 0 uker |  |  | *Dette kapitlet er ikke relevant for TP.* |
| 5 Likningssystemer og ulikheter | 5 uker |  | * utforske samanhengar mellom andregradslikningar og andregradsulikskapar, andregradsfunksjonar og kvadratsetningane og bruke samanhengane i problemløysing * utforske strategiar for å løyse likningar, likningssystem og ulikskapar og argumentere for tenkjemåtane sine | 5A Lineære likningssystemer tar for seg grafisk og algebraisk løsning av likningssystemer, både med og uten digitale hjelpemidler.  5B Likningssystemer med flere enn to ukjente representerer ikke noe prinsipielt nytt. Det er viktig å merke seg at innsettingsmetoden i de fleste tilfeller egner seg best.  5C Ikke-lineære likningssystemer viser at det kan være mer enn én løsning på et likningssystem.  5D Lineære ulikheter repeterer stoff som skal være kjent fra grunnskolen.  5E Polynomulikheter tar for seg hvordan vi løser, i første rekke, andregradsulikheter grafisk og algebraisk. |
| Reservetid  Repetisjon/eksamenstrening  Prøver  Prosjekter og oppgaver TP | 10 uker |  |  |  |
| Totalt | 38 uker |  |  |  |

# *Kommentarer til utvalgte SNAKK og UTFORSK i læreboka:*

**SNAKK s. 12** er sentral med tanke på forståelsen av de ulike mengdenotasjonene vi har introdusert. Formelt sett kan vi formulere sammenhengen som  eller .

**UTFORSK s. 16** ser på kvadrattall og rektangeltall. Det *n*-te kvadrattallet er summen av de *n* første oddetallene. Det *n*-te rektangeltallet er sammensatt av det *n*-te kvadrattallet og det *n*-te naturlige tallet, eller vi kan se på det som summen av de *n* første partallene. Her er det ikke tiltenkt at elevene skal lage formler, men det kan være aktuelt i et differensieringsperspektiv.

**UTFORSK s. 17** er en naturlig forlengelse av den forrige, men her går vi fra tall til figurer. Trekanttall nummer *n* er halvparten av rektangeltall nummer *n*, og er summen av de *n* første naturlige tallene. Programmet skriver ut de ti første trekanttallene.

**UTFORSK s. 20** tar for seg Pascals trekant, og her ser vi på nytt at trekanttall nummer *n* er summen av de *n* første naturlige tallene.

**UTFORSK s. 24**

Vi foreslår følgende program i oppgave c:

**tall = float(input("Skriv inn et reelt tall: "))**

**nytt\_tall = tall + 5**

**nytt\_tall = nytt\_tall \* 3**

**nytt\_tall = nytt\_tall - 15**

**nytt\_tall = nytt\_tall - 2 \* tall**

**print(nytt\_tall)**

Når dere kjører dette programmet, vil dere legge merke til at for noen desimaltall, vil ikke alle desimalene blir riktige i svaret. Det skyldes at datamaskinen bruker totallsystemet, så det vi kjenner som «runde tall», er ikke nødvendigvis runde for datamaskinen. Små avrundingsfeil underveis gir slike utfall. (Dette er et ganske avansert tema som vi ikke går nærmere inn på her, men det kan være greit å være klar over til dette til en liknende situasjon seinere.)

**UTFORSK s. 25**

I oppgave a bytter vi ut **a** med 2 i programmet i Eksempel 8.

I oppgave b bytter vi ut **n** med 7, og man kan eventuelt diskutere om **a = 2** kan stå, eller om den bør byttes ut. I oppgave c anbefaler vi følgende program:

**n = int(input("Hvilket naturlig tall vil du finne kvadratroten av? "))**

**forrige = 0**

**a = 2**

**while (abs(a-forrige) > 0.0001):**

**forrige = a**

**a = 1/2 \* (a + n / a)**

**print(a)**

Funksjonen **input** lar brukeren skrive inn verdien av **n**. Vi får alltid tekst når vi bruker **input**, selv om det vi skriver inn er et tall. Derfor må vi bruke **int** for å gjøre om det vi skriver inn til datatypen heltall.

Det blir vanskelig å velge verdien av **a** når man ikke vet hvilket tall man skal finne kvadratroten av. Programmet vil fungere for alle naturlige tall med **a = 2**, men programmet vil bruke «flere runder» hvis kvadratroten av **n** ligger langt unna 2. Resten av programmet er forklart i Eksempel 8.

**UTFORSK s. 34** gir elevene en anledning til å «oppdage» definisjonen av .

**SNAKK s. 40** kan brukes til å konfrontere en vanlig misforståelse, nemlig at kilo er det samme som kilogram. Mamma ber strengt tatt om 2000 poteter!

**SNAKK** s. 61 er skrevet med tanke på å rydde opp i noe overraskende mange elever lurer på, selv i 1T. For mange elever kan det kanskje være enklest å starte med et konkret eksempel med tall? (For eksempel ).

**UTFORSK** s. 61 utfordrer elevene til å oversette tekst til algebraiske uttrykk. Her får de også et praktisk eksempel som kan gi forklaring på nytten av arbeidet med bokstavuttrykk. I tillegg blir de også utfordret i programmering.

**UTFORSK** s. 62 gir elevene et geometrisk bevis for parentesreglene de blir presentert for i kapittelet. Her er det rom for å diskutere med elevene om dette beviser reglene generelt for alle *a*, *b* og *c* eller om vi har gjort noen antagelser (positive tall).

**SNAKK** s. 64 lar elevene øve seg i presist matematisk språk. Her er det også mulighet for diskusjon rundt hvorfor vi kaller setningene kvadratsetningene.

**UTFORSK** s. 66 tar for seg geometriske bevis for konjugatsetningen. Elevene får øvelse i å sette seg inn i andres strategier og framgangsmåter, og blir bevisste på at det er ofte flere «veier til mål». Kjerneelementet «Utforskning og problemløsning» presiserer at elevene skal bruke tid på strategier og framgangsmåter, ikke bare løsningene. Oppgaven kan løses praktisk med papir og saks for en variasjon i undervisningen og differensiering.

**UTFORSK** s. 67 lar elevene utforske binomialformelen. Som en del av dybdelæringen må elevene her se sammenhengen mellom stoffet i de ulike kapitlene i boka. Oppgaven har en naturlig progresjon fra enkel inntasting i CAS, til å se mønstre og til slutt bruke det elevene har oppdaget til å regne ut uttrykket (*x* – 2)4 (ved å bruke (*x* + (–2))4).

**SNAKK** s. 74 er ment for å hjelpe elevene med å forstå at (*a* – *b*)2 er det samme som (*b* – *a*)2. Dette vil de kunne få bruk for i blant annet faktorisering og forkorting av brøker.

**UTFORSK** s. 76 er igjen et geometrisk bevis som kan øke forståelsen for manipuleringen av det algebraiske uttrykket. Elevene får også mer trening i å sette seg inn i og forklare andres framgangsmåter. Oppgaven åpner for en praktisk tilnærming med papir og saks. Som en utvidelse av UTFORSK-en kan elevene lage ulike oppgaver til hverandre som de løser praktisk.

**SNAKK** s. 76 skal gi elevene en huskeregel for framgangsmåten i fullstendig kvadrat-metoden.

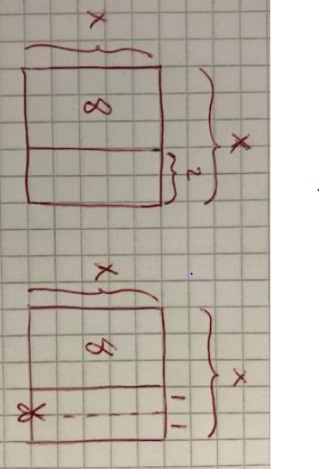
**UTFORSK** s. 79 skal gi elevene forståelse at slike triks ikke er «magi». Noen vil nok trenge et hint om å utvide brøkene.

**SNAKK** s. 80 er lagt inn for å få elevene bevisste på at  ikke er lik  generelt. Dette er en misoppfatning som forekommer blant mange elever. Det er også mulighet for fine diskusjoner rundt når dette faktisk stemmer.

**UTFORSK** s. 84 har til hensikt å forklare multiplikasjon av brøker. Den gir også elevene mulighet til å sette seg inn i andres framgangsmåter, og komme med praktiske eksempler.

**SNAKK** s. 85 gjør elevene oppmerksomme på «faren» ved bruk av blandede tall.

**SNAKK s. 112** er sentral med tanke på å forstå at det kun er én regel som gjelder for likninger: vi gjør det samme på begge sider av likhetstegnet.

**UTFORSK** s.121 er en fin introduksjon som forhåpentligvis bidrar til å motivere for en algebraisk løsning. Læreplanen sier spesielt at elvene skal utforske strategier for å løse likninger, og her får de nettopp gjøre det. Elevene blir introdusert for slike figurserier i kapittel 2, og de fleste elevene vil kunne klare å utforske seg fram til at løsningen på likningen er 5 fordi 72 = 49, og 5 + 2 = 7.

På spørsmålet om det er mulig å finne hele løsningsmengden med den babylonske metoden, vil trolig noen elever svare ja, og andre nei. Det innbyr til samtale i klassen. Én elev vil kunne si at lengden *x* ikke kan være en negativ størrelse, en annen at , og at vi derfor kan sette *x* + 2 = –7, som gir *x* = –9.   
Vi kan vel gi begge rett?

Hvorfor kan ikke løses som i eksemplet ovenfor? Elevene vil fort se at det er fordi 2*x* skal trekkes fra *x*2 og ikke legges til.Det kan være vanskelige å tegne en egnet figurserie i dette tilfellet, men noen elever klarer det fint. Hvis ikke er alternativet papir og saks!

Vi fortsetter via likningen *x*2 = *k* for å etablere de tre tilfellene ved løsning av andregradslikninger:

-to reelle løsninger  
-én reell løsning  
-ingen løsninger (men to komplekse)

Vi bærer nå frukter av å ha introdusert absoluttverdi i kapittel 1, og kan bruke notasjonensom mange har med seg fra ungdomsskolen. Denne har vi tidligere styrt unna da den let fører til misoppfatninger om kvadratrøtter. Det kan likevel være lurt å gjøre elevene spesielt oppmerksomme på merknaden på s. 116.

**UTFORSK s. 123** leder elevene mot utledningen av *abc*-formelen. Hvis elevene lærer å løse likninger med fullstendige kvadrater er veien kort til å faktisk forstå at *abc*-formelen ikke er ren magi!

**SNAKK s. 127** gir elevene en påminnelse om at brøker ikke er definert når nevneren er lik null. Forhåpentligvis oppdager elevene at likningen likevel har en løsning , ettersom den i så tilfelle er en redusert til en førstegradslikning.

**SNAKK s.129** kan være krevende for noen elever, men å forstå diskriminantens betydning for antall løsninger, er sentral hvis elevene etterpå skal programmere *abc*-formelen. Det siste delspørsmålet om Hermod viser et fint «triks» som gjøre løsningen enklere når det blir store tall.

**UTFORSK s. 140** er en morsom øvelse og fin innledning som repeterer faktorisering fra kapittel 2, og leder mot nullpunktfaktorisering.

**UTFORSK s.143** er en enklere variant av Vitaes setning. Mange elever liker å faktorisere på denne måten, og dette kan også være en vei til løsning av andregradslikninger med heltallige løsninger.

**SNAKK s. 178** fokuserer på hvordan vi bør tenke når vi velger å bruke innsettingsmetoden.

**SNAKK s. 180** fokuserer på hvordan vi tenker når vi velger å addisjonsmetoden. Det er ikke sikkert at elevene ser noen «ulemper» med innsettingsmetoden, men eksemplet kan brukes til å diskutere når kan det være naturlig å velge addisjonsmetoden og når kan det være naturlig å velge innsettingsmetoden.

Når vi løser et likningssystem med CAS, kan det være lurt å presisere at vi skriver inn likningene slik de står. Se eksempel 4 på s. 181.

**UTFORSK s. 182** fokuserer på når har et likningssystem én løsning, når har det to løsninger og når har det uendelig mange løsninger. Oppgave 5.10 følger opp dette.

På kapittelforsiden er Ada Lovelace omtalt. I oppgave 5.11 skal elevene utlede løsningsformlene til Ada Lovelace, og i oppgave 5.12 skal løsningsformlene programmeres og brukes.

**SNAKK s. 190** følger opp løsningen av eksempel 8. Kan vi bruke addisjonsmetoden til å løse likningssystemet, og hvordan kan vi ev. gjøre det?

**UTFORSK s. 191** løses kanskje greiest ved bruk av glider.

**SNAKK s. 194** fokuserer på bruken av en figur til å løse en ulikhet, og en naturlig oppfølging er oppgave 5.42.

**SNAKK s. 251** lar elevene bruke det de kan om lineære funksjoner til å lage fortegnslinje for et lineært uttrykk.

**SNAKK øverst s. 200** lar elevene bruke det de kan om grafen til en andregradsfunksjon til å løse en andregradsulikhet uten å tegne fortegnskjema.

**SNAKK nederst s. 200** lar elevene finne og forklare hva som er feil i løsningen av en ulikhet.  
Det jo alltid litt «skummelt» å skrive noe som er feil i en lærebok, så her er det viktig å stoppe opp og sikre seg at alle forstår hvor feilen ligger.