2 Krefter i én dimensjon

Samspillet mellom gjenstander og bevegelse

Tilrettelegging

2A	Krefter	70
2B	Newtons 1. lov	82
2C	Friksjon og luftmotstand	92
2D	Newtons 3. lov	101
2E	Newtons 2. lov	105
2F	Når kreftene ikke er konstante	113

Tilrettelagt

2A Krefter

En fundamental idé

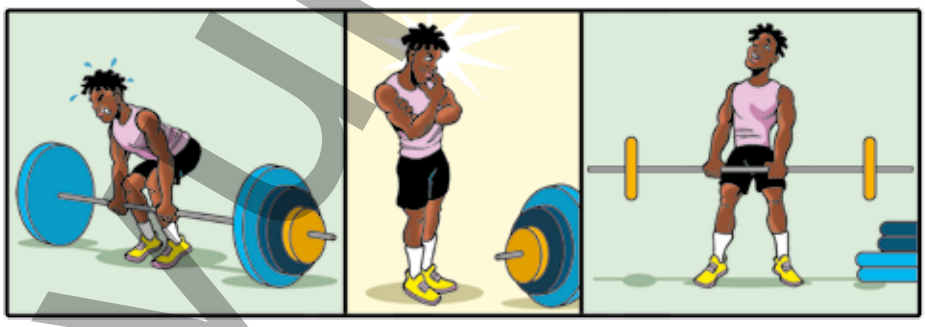
UTFORSK!

En kraftfull opplevelse

Stå oppreist og hold sekken din foran deg. Hvordan vil du beskrive kreftene som virker på sekken i denne situasjonen? Hvordan vil du beskrive kreftene som virker på armene dine?

Hva tenker du på når du hører ordet kraft? Kanskje tenker du på kraftverk, livskraft, kraftanstrengelse, arbeidskraft eller bærekraft? I dagliglivet har begrepet kraft flere betydninger. I fysikk, derimot, er kraft en viktig størrelse med en presis definisjon.

La oss se på Elias som forsøker å løfte en altfor tung vektstang opp fra bakken, et såkalt markløft, som på figuren nedenfor. Han rykker til og anstrenger seg så mye han klarer, men stanga blir værende på bakken. Elias klarer ikke å virke med stor nok kraft på stanga til å «overvinne» gravitasjonskraften. Derfor blir stanga værende på bakken.



Etter en runde med seg selv finner han ut at det kanskje er lurt å fjerne noen vektskiver. Med færre vektskiver, og med like stor anstrengelse, klarer han å gjennomføre løftet. Årsaken er at gravitasjonskraften på stanga er blitt mindre. Kreftene som virket fra Elias på vektstanga, klarte derfor å «overvinne» gravitasjonskraften og sette stanga i bevegelse oppover.

Eksemplet viser at når en kraft virker på en gjenstand, kan gjenstanden endre fart, men ikke alltid. Når vektstanga er for tung og forblir i ro, så er farten $v = 0$ m/s og endres ikke. Stanga blir bare litt bøyd når den løftes. En kraft kan altså endre både *farten* og *formen* til en gjenstand. Dersom

Tilvurdering

personen ikke er til stede, vil det heller ikke være mulig for vektstanga å bli løftet. Altså må vi ha *to gjenstander* for at en kraft skal virke. Vi kan oppsummere dette på denne måten:

VIKTIG!

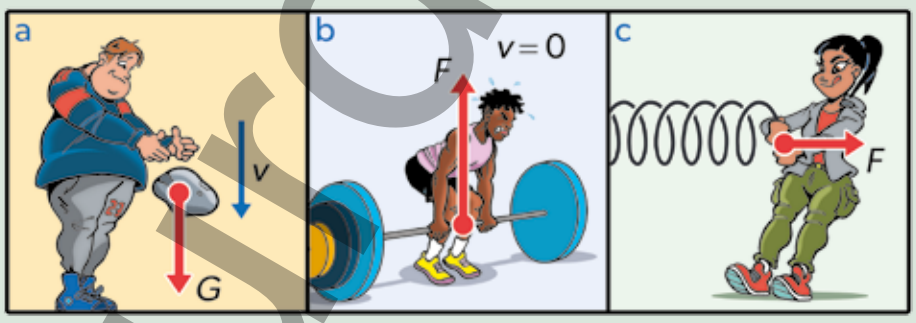
Kraftvirkning

1. En kraft virker alltid mellom to gjenstander, og alltid fra den ene gjenstanden på den andre.
2. En kraft kan endre farten til gjenstanden den virker på.
3. En kraft kan endre formen til en gjenstand.

Enheten for kraft er newton, N.

Ofte bruker vi symbolet F for en generell kraft (fra engelsk *force*).

EKSEMPEL 1 **Kraftvirkning**



På figuren ser du tre situasjoner:

a En stein slippes fra ro og faller mot bakken.

b En vektstang påvirkes av en kraft F fra en person som forsøker å løfte den.

c En person strekker en fjær med en kraft F.

I situasjon a virker det en kraft på steinen fra jorda. Resultatet er at steinens fart endrer seg fra å være i ro til at steinen beveger seg mot bakken. Steinens form endres ikke.

I situasjon b virker det en kraft på stanga fra personen. Stanga forblir i ro, men bøyes litt.

I situasjon c virker det en kraft på fjæra fra personen. Formen til fjæra endres etter hvert som den strekkes ut.

Tilvurdering

I eksempel 1 så vi på tre forskjellige systemer: steinen, vektstanga og fjæra. Et *system* er én eller flere gjenstander som vi ønsker å studere. Alt som ikke er med i systemet, kaller vi *omgivelsene*. Alle systemene ovenfor består av bare én gjenstand, men det er ikke uvanlig at flere gjenstander er med i et system. Omgivelsene i eksemplene ovenfor er jorda i situasjon a og personen som virker med krefter, i situasjon b og c.

VIKTIG!

System og omgivelser

Et system er et begrenset antall gjenstander som vi vil studere. Alt som ikke er med i systemet, kaller vi omgivelsene.

2.1

For hvert system nedenfor, tegn kraften som virker

a fra en hånd på en snøball som kastes
b fra en finger på en tast på tastaturet
c fra en person på gulvet når personen hopper

2.2

Identifiser hva som er systemet, og hva som er omgivelsene, for hvert av systemene i oppgave 2.1.

Måling av krefter

Kraftmålere benytter seg av at en kraft kan endre formen til en gjenstand. Den klassiske kraftmåleren består av en fjær som strekkes når en kraft virker på den. Jo større kraft, desto lenger blir fjæra strukket. Til venstre ser du en typisk kraftmåler som brukes i laboratoriet.

Vektorer og skalarer

Når en kraft virker fra en gjenstand på en annen gjenstand, innebærer det at krefter har *retning*. I vektløftet ovenfor var kraften på vektstanga fra personen rettet oppover. Størrelser som har en retning, kaller vi *vektorer*. Typiske vektorer er forflytning, fart, akselerasjon og krefter eksempler på typiske vektorstørrelser. Hvis du er usikker på om en størrelse er en vektor, prøv å si størrelsen etterfulgt av «mot høyre». En påstand om at temperaturen i rommet er 20 °C mot høyre, gir ikke mening. Men en påstand om at farten til en gjenstand er 2,0 m/s mot høyre, gir mening. Størrelser som for eksempel temperatur, volum og masse har ikke retning og kalles derfor *skalarer*.

Tilvurdering

VIKTIG!

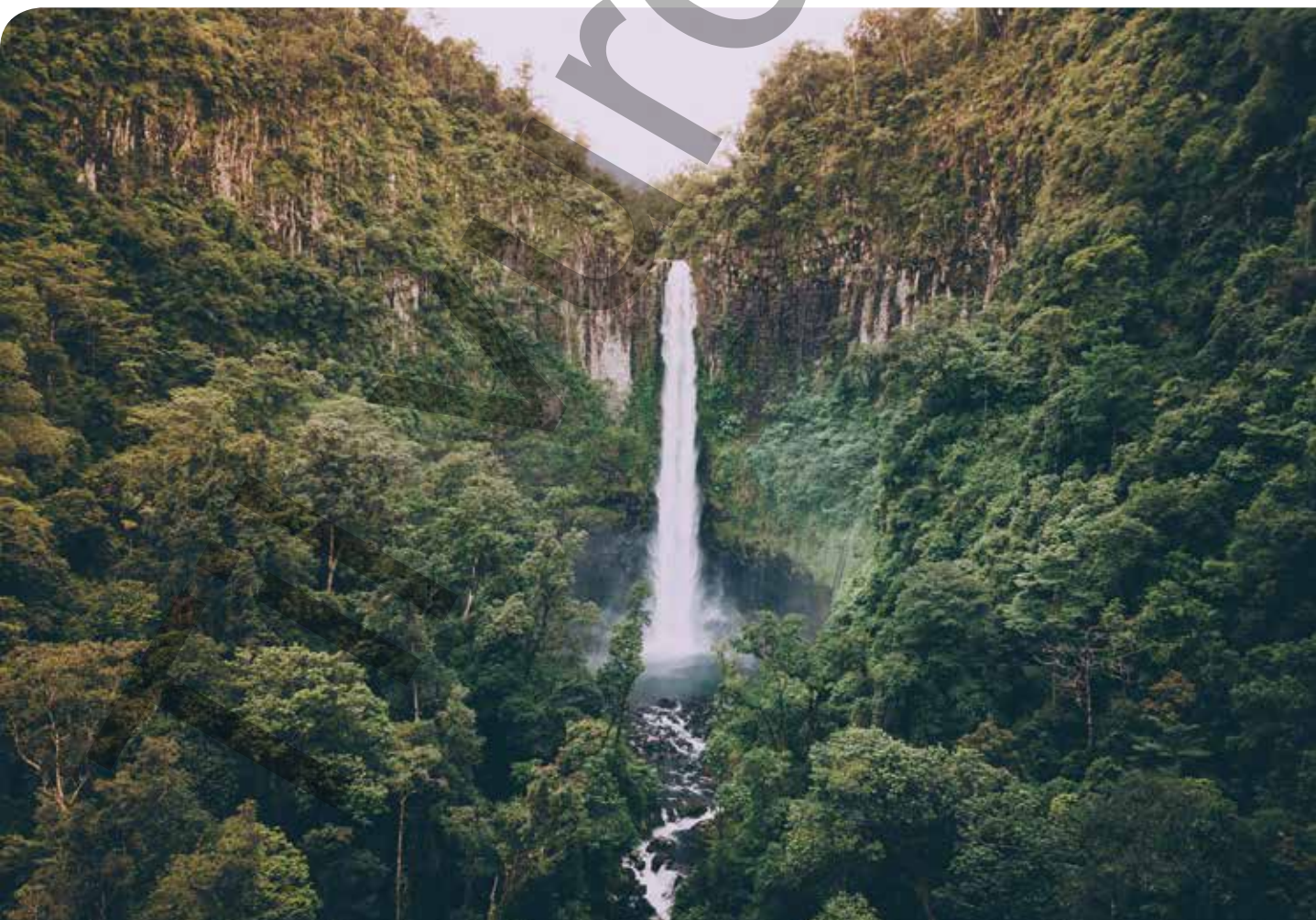
Vektorpil

Hvis vi skriver en kraft $\vec{F}$ med vektorpil over symbolet, mener vi både størrelse og retning av kraften. Hvis vi skriver kraften F uten vektorpil, mener vi bare størrelsen av kraften.

Det er også vanlig å kalle størrelsen av en vektor for absoluttverdien eller tallverdien av vektoren. Vi skal bruke «størrelsen av kraften» som begrep for hvor stor en vektorstørrelse er. Størrelsen av en kraft er alltid et positivt tall.

Kontaktkrefter og fjernkrefter

Krefter deles inn i to kategorier: *kontaktkrefter* og *fjernkrefter*. Hvis kraften mellom to gjenstander skyldes at gjenstandene er i kontakt med hverandre, er kraften en kontaktkraft. I vektløftet ovenfor er kraften mellom hendene og vektstanga en kontaktkraft. Gravitasjonskraften virker hele tiden, uansett om vektstanga er i kontakt med bakken eller ikke. Det betyr at gravitasjonskraften virker over avstand, og den er derfor en fjernkraft.



Ordering

Å tegne krefter – angrepspunkt, lengde og retning

I fysikk er det viktig å ha oversikt over hvilke krefter som virker og er av interesse. Det er derfor lurt å kunne tegne kreftene i de situasjonene du studerer. Vi tegner en kraft som en pil, og vi har tre regler for dette:

VIKTIG!

Regler for tegning av krefter

1. Pila starter der kraften virker: i midten av kontaktflaten for kontaktkrefter, og i midten av gjenstanden for fjernkrefter. Stedet der pila starter, kaller vi angrepspunktet.
2. Retningen på pila er den samme som retningen kraften virker i.
3. Lengden av pila representerer størrelsen av kraften. Jo større kraft, desto lengre pil.

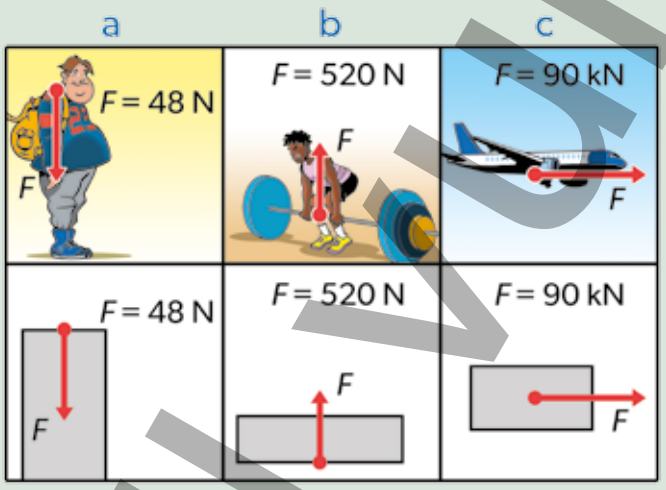
EKSEMPEL 2 **Å tegne krefter**

Vi ser på tre situasjoner:

a Knut har en tung sekk som presser på skuldrene hans med en kraft $F = 48$ N.

b Elias løfter vektstanga med en samlet kraft $F = 520$ N.

c Et fly har to motorer som skyver med en samlet kraft $F = 90$ kN.



Til venstre har vi tegnet to rader. Den øverste raden svarer til hvordan situasjonen ser ut i virkeligheten. Den nederste raden viser en forenklet tegning, slik det kan være lurt for deg å tegne situasjonen.

I situasjon a ligger kontaktpunktet mellom Knut og sekken på skuldrene til Knut. Vi tegner derfor angrepspunktet til kraften der.

I situasjon b tenker vi oss at det bare er én skyvekraft oppover, og vi tegner derfor angrepspunktet midt mellom hendene til Elias.

Flyet har to motorer som skyver, men vi tegner likevel angrepspunktet midt mellom motorene, siden vi ser på det som én samlet skyvekraft.

Tilvurdering

Du stusser kanskje over hvor forenklede de nederste tegningene er. De likner jo ikke på virkeligheten i det hele tatt! Dette er helt vanlig praksis i fysikk. Mennesker, dyr, biler og andre gjenstander kan ses på som firkanter uten at vi mister viktig informasjon om fysikken. Det viktigste er at kreftene tegnes med riktig angrepspunkt, retning og lengde.

Ingeniøren foreslår å senke kaninen i en vanntank og undersøke hvordan det totale volumet endrer seg.

Matematikeren foreslår å regne ut volumet av hver kroppsdel og legge sammen i etterkant.

Fysikeren antar at kaninen er en terning.

2.3

Tegn kreftene som virker

a på en båt fra båtmotoren

b på en bilpassasjer fra bilbeltet ved bråbremsing

c på en strikk som er festet i en krok og trekkes i den andre enden

Gravitasjonskraft

Gravitasjonskraften er kanskje den kraften du kjenner best til, eller er mest bevisst på. Det er den kraften som holder oss på bakken, gjør det tungt å gå i oppoverbakke, gjør at vann faller nedover i vakre fossefall, og holder månen i bane rundt jorda. Månen og jorda er ikke i fysisk kontakt med hverandre, så gravitasjonskraften er derfor en fjernkraft. På samme måte kan vi si at vektstanga i det tidligere eksemplet påvirkes av gravitasjonskraften, selv om den ikke er i kontakt med bakken. Siden denne kraften virker på alle gjenstander, er det vanlig å gi den et eget symbol, G. Andre navn for den samme kraften er *tyngdekraft* og *tyngde*.

Gravitasjonskraften er en fjernkraft og har dermed ikke noe kontaktpunkt med gjenstandene den virker på. Vi tegner derfor angrepspunktet i massesenteret, altså midt i gjenstanden. Kraftretningen er mot jordas sentrum. I forrige kapittel så du at tyngdeakselerasjonen $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Dette gjelder bare ved jordoverflaten. Hvis du står på en annen planet, eller på en

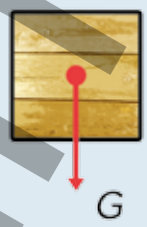
Tilmelding

plattform langt over jordoverflaten, vil du oppleve en annen gravitasjonskraft og dermed også en annen verdi for g. Vi oppsummerer:

VIKTIG!

Gravitasjonskraft

Krafttype: Fjernkraft
Retning: Mot jordas sentrum
Angrepspunkt: I massesenteret til gjenstanden
Symbol: $\vec{G}$
Størrelse: $G = mg$, der m er massen og g er tyngdeakselerasjonen



Gravitasjonskraften virker mellom *alle* gjenstander som har masse. *Tyngden* av en gjenstand svarer til størrelsen av gravitasjonskraften som virker på gjenstanden.

Du er kanskje vant til å tenke på vekten din som et mål på hvor mye materie du består av. I fysikk er vekt et upresist begrep. Begrepene du skal bruke, er masse og tyngde. Tenk at du befinner deg i verdensrommet, langt fra enhver planet eller stjerne. Her vil du ikke oppleve gravitasjonskrefter, og derfor ikke ha tyngde. Men selv om tyngden er borte, består du fortsatt av materie. Det er her vi bruker begrepet *masse*. Massen din forteller hvor mye materie du består av. SI-enheten for masse er kilogram, forkortet kg. Tyngden forteller hvor stor gravitasjonskraft som virker på deg, og den måles i newton, forkortet N. Dersom du befinner deg i bane rundt jorda og opplever «vektløshet», så virker det fortsatt en gravitasjonskraft på deg. Du har altså fortsatt en tyngde. Hvis ikke, hadde du ikke gått i bane rundt jorda. Så når du i dagligtale hører snakk om vekten til en gjenstand, så menes det egentlig massen av gjenstanden.

VIKTIG!

Tyngde og masse

Tyngden av en gjenstand er det samme som størrelsen av gravitasjonskraften som virker på gjenstanden. Enhet: newton, N.

Massen av en gjenstand er et mål på hvor mye materie gjenstanden består av, uavhengig av gravitasjonskraften. Enhet: kilogram, kg.

Tilvurdering

EKSEMPEL 3 **Gravitasjonskraften som virker på en gjenstand**

a Tegn figur og regn ut størrelsen av gravitasjonskraften som virker på en blomsterpotte med masse $m = 350$ g som står på et bord.

b Et piano faller mot bakken. Tyngden av pianoet er 2,60 kN. Hvor stor masse har pianoet? Tegn figur.

Løsning:

a Vi gjør om masseenheten til kg og regner ut:

$$G = mg = 0{,}350\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 3{,}43\ \text{N}$$

b Vi snur formelen for G og regner ut massen:

$$G = mg$$

$$m = \frac{G}{g} = \frac{2{,}60 \cdot 10^3\ \text{N}}{9{,}81\ \text{m/s}^2} = 265\ \text{kg}$$

Tegningen ble den samme i begge tilfellene i eksemplet ovenfor. Det er fordi vi var interessert i tyngdekraften som virker på en gjenstand, og ingen andre krefter. Dermed blir det ingen forskjell mellom et piano i fritt fall og en blomsterpotte som står på et bord.

2.4

a Hvor stor er gravitasjonskraften som virker på en vektstang med masse 80 kg?

b Hvor stor masse har en gjenstand som påvirkes av en tyngdekraft på 981 N?

Normalkraft

La oss gå tilbake til vektstanga før den løftes opp fra bakken. Gravitasjonskraften virker hele tiden på vektstanga, med retning mot jordas sentrum. Likevel er vektstanga i ro. Hva kommer det av? Du tenker sikkert at dette er en kunstig problemstilling, og at det er bakken som stopper vektstanga. Du har selvsagt helt rett. Denne motstanden skyldes en kraft på stanga fra bakken, og det er denne kraften som hindrer at gravitasjonskraften drar stanga inn mot jordas sentrum. Vi kaller denne kraften *normalkraft*, og den oppstår fordi det er kontakt mellom stanga og underlaget.

Tilvurdering

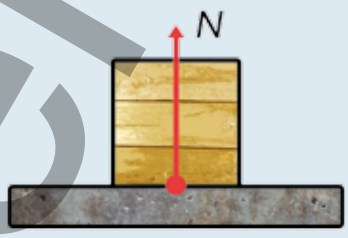
Vi bruker symbolet $\vec{N}$ for normalkraft. Kraften har angrepspunkt midt på kontaktflaten og står normalt (vinkelrett) på og har retning vekk fra flaten gjenstanden er i kontakt med. Navnet «normalkraft» kommer altså av at kraften står vinkelrett på underlaget.

Normalkraften trenger ikke nødvendigvis å virke oppover. Hvis du presser en kloss mot veggen, vil det oppstå en normalkraft på klossen fra veggen. Det er fordi veggen «står imot» presset fra klossen når du dytter på den. Vi oppsummerer:

VIKTIG!

Normalkraft

Krafttype: Kontaktkraft
Retning: Normalt på flaten gjenstanden er i kontakt med
Angrepspunkt: Midt på kontaktflaten
Symbol: $\vec{N}$
Størrelse: Avhengig av situasjonen

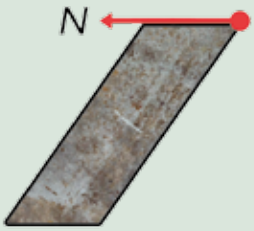


EKSEMPEL 4 **Normalkraft**

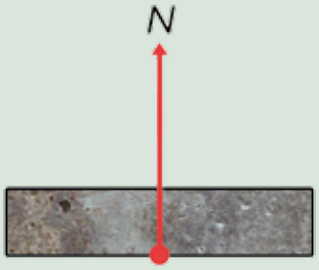
Tegn figur av normalkraften som virker på
a en person som lener seg mot en vegg
b en vektstang som ligger på gulvet

Løsning:

a En person som lener seg mot en vegg, har kontaktpunkt i skulderhøyde. Dermed er angrepspunktet øverst til høyre, og kraften virker normalt på veggen personen lener seg mot.



b Vektstanga presses mot underlaget, og derfor virker normalkraften vinkelrett opp fra underlaget.



Tilvurdering

Å tegne flere krefter sammen

Når du skal tegne flere krefter som virker på en gjenstand, blir angrepspunkt, lengde og retning viktig.

VIKTIG!

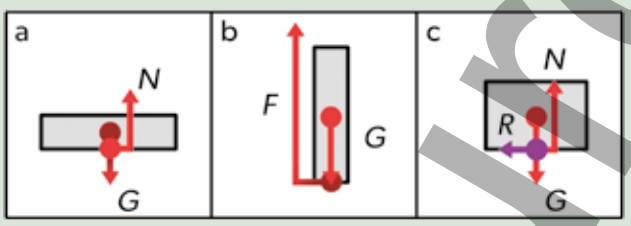
Hvordan tegne flere krefter sammen

1. Sørg for at alle angrepspunkter markeres tydelig.
2. Hvis to krefter har samme størrelse, så skal også kraftpilene være like lange.
3. Hvis to eller flere kraftpiler overlapper, tegner du dem heller ved siden av hverandre. Kraftpilene skal fortsatt starte i angrepspunktene.

EKSEMPEL 5 **Flere krefter**

Tegn kreftene som virker på

a en vektstang som ligger i ro på bakken
b en rakett på vei ut i verdensrommet utenfor jordas atmosfære
c en bil som bråbremser med låste hjul



Løsning:
I situasjon a virker det en gravitasjonskraft fra jorda og en normalkraft fra underlaget. Stangas fart forandres ikke, og det er derfor kreftene er tegnet like lange. Du skal lære mer om dette i neste delkapittel. I tillegg har kreftene angrepspunkt langs samme linje, men vi tegner normalkraften litt til side for gravitasjonskraften.

I situasjon b virker det en gravitasjonskraft på raketten fra jorda og en skyvekraft på raketten fra motoren. Ettersom raketten akselererer oppover, er skyvekraften større enn gravitasjonskraften.

I situasjon c virker det gravitasjonskraft, normalkraft og friksjon. Vi ser bort fra luftmotstand. Normalkraften er like stor som gravitasjonskraften, og disse kreftene tegner vi derfor med like lange piler. Vi antar at friksjonskraften er mindre. Pila for friksjonskraften R er derfor kortere enn pilene for G og N.

2.5

a Tegn kreftene som virker på en person som sitter på en stol.
b Tegn kreftene som virker på et tog på vei ut fra en stasjon.
c Tegn kreftene som virker på en person som står på ski nedover en bakke.

Tilvurdering

Summen av krefter

Krefter virker sjelden alene. Når det virker flere krefter på en gjenstand, vil det ofte være lurt å finne det samlede resultatet av alle kreftene. Vi må da regne ut summen av kreftene som virker på gjenstanden. Dette skriver vi som $\Sigma\vec{F}$, der tegnet Σ viser at det er snakk om en sum.

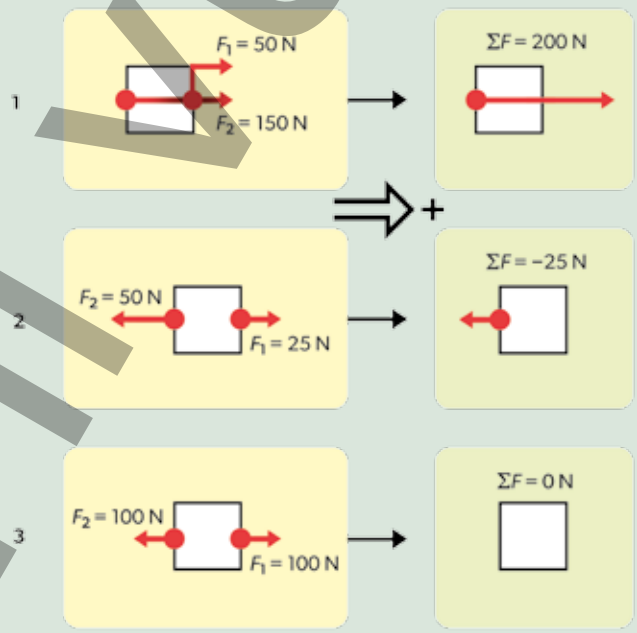
For å regne ut summen av kreftene må du velge en positiv retning. Dersom en kraft virker i motsatt retning av den positive retningen, vil størrelsen av kraften få negativt fortegn i summen.

EKSEMPEL 6 **Å finne summen av krefter**

En gjenstand påvirkes av to krefter $\vec{F}_1$ og $\vec{F}_2$. Regn ut summen av kreftene $\Sigma\vec{F}$ når

1 $\vec{F}_1 = 50$ N mot høyre og $\vec{F}_2 = 150$ N mot høyre
2 $\vec{F}_1 = 25$ N mot høyre og $\vec{F}_2 = 50$ N mot venstre
3 $\vec{F}_1 = 100$ N mot høyre og $\vec{F}_2 = 100$ N mot venstre

Løsning:
Vi tegner kreftene som virker på gjenstanden, og sørger for at lengden av pilene viser hvor store kreftene er i forhold til hverandre. Vi velger positiv retning mot høyre. Utregningen starter med at summen av kreftene skrives på vektorform først. I neste rad fjerner vi vektorpilene. Regelen er da at hvis en kraft virker i negativ retning så setter vi minus foran størrelsen av kraften. På den måten beholder vi informasjonen om retningen selv om vektorpilene fjernes.



$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$\Sigma F = F_1 + F_2$$
$$= 50\text{ N} + 150\text{ N}$$
$$= 200\text{ N}$$

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$\Sigma F = F_1 - F_2$$
$$= 25\text{ N} - 50\text{ N}$$
$$= -25\text{ N}$$

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$\Sigma F = F_1 - F_2$$
$$= 100\text{ N} - 100\text{ N}$$
$$= 0\text{ N}$$

Til vurdering

EKSEMPEL 6 FORTS. I situasjon 1 virker begge kreftene mot høyre og dermed i positiv retning. Fortegnene er positive, og vi legger derfor størrelsene sammen i utregningen.

I situasjon 2 virker kreftene i motsatte retninger. $\vec{F}_1$ virker i positiv retning, mens $\vec{F}_2$ virker i negativ retning. Kraftsummen blir derfor $\Sigma F = F_1 - F_2$. Svaret blir negativt, og det forteller oss at summen av kreftene virker i negativ retning. Kraftsummen er altså 25 N mot venstre, slik tegningen viser.

I situasjon 3 er $\vec{F}_1$ og $\vec{F}_2$ like store og motsatt rettet. Summen av kreftene er derfor lik null. De to kreftene utlikner hverandre fullstendig.

Videre i dette kapitlet skal vi la være å skrive første linje hvor kraftsummen og kreftene er vektorstørrelser. I stedet starter vi fra andre linje hvor kun størrelsene brukes, og fortegnene holder orden på retningene. I tillegg bruker vi kun vektorpiler over kraftsymbolene der det er hensiktsmessig eller når en kraft beskrives med både størrelse og retning.

VIKTIG!

Summen av krefter

Summen av krefter $\Sigma\vec{F}$ er vektorsummen av kreftene som virker. Størrelsen ΣF finner vi ved å legge sammen alle kreftene som virker i positiv retning, og trekke fra alle kreftene som virker i negativ retning.

2.6

Tegn figur og regn ut summen av kreftene som virker

a på en gjenstand som påvirkes av to krefter, $\vec{F}_1 = 175$ N mot venstre og $\vec{F}_2 = 56$ N mot venstre

b på en fallskjermhopper med masse $m = 85$ kg som opplever en luftmotstand på $\vec{L} = 834$ N rettet oppover

Tilvurdering

2B Newtons 1. lov

Når krefter utlikner hverandre

Da kraftbegrepet først ble presist definert av Isaac Newton i 1687, skrev han ned egenskapene til kreftene i form av tre lover, som sammen gir en komplett beskrivelse av hva krefter er, og hvordan de virker. Vi begynner nå reisen gjennom det som regnes som starten på fysikk slik vi kjenner faget i dag.

UTFORSK!

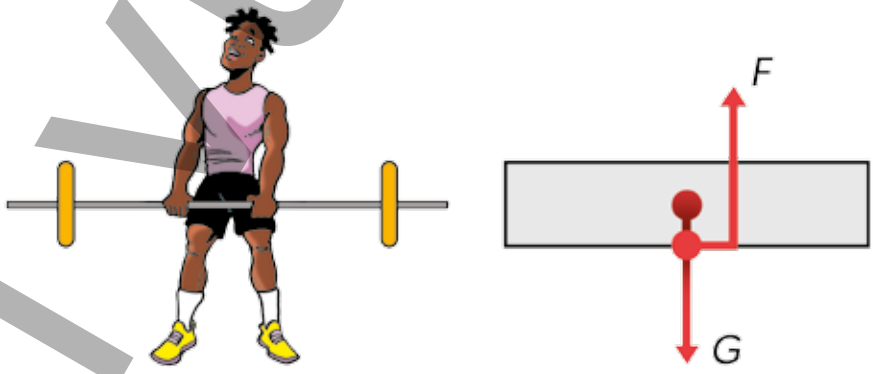
En gjenstand i ro

Når du ligger i senga di, virker gravitasjonskraften på deg. Hvorfor faller du ikke gjennom senga? Hvor stor er summen av kreftene som virker på deg?

Isaac Newton (1643–1727)

Newtons 1. lov

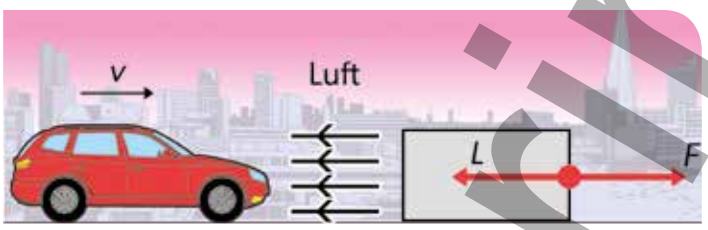
I forrige delkapittel lærte du at en kraft kan endre farten til en gjenstand. Om farten faktisk endres, er derimot ikke alltid garantert. Dersom flere krefter virker i motsatt retning av hverandre, kan resultatet bli at farten ikke endres likevel. Et eksempel på dette er vektstanga som vi så på tidligere. Øverst i løftet virker gravitasjonskraften ved å trekke stanga ned mot jordas sentrum, mens løftekraften fra personen virker oppover og utlikner gravitasjonskraften.



Det er tydelig i dette tilfellet at det faktisk virker krefter. Samtidig er det som om ingen krefter virker, ettersom stanga forblir i ro. Vi kan forklare dette med at $\Sigma F = 0$. Det virker altså krefter, men kreftene utlikner hverandre fullstendig.

Tilvurdering

La oss se på en bil som kjører med konstant fart. Sjåføren har hele tiden foten på gasspedalen. Hjulene dytter bilen framover, men bilens fart øker likevel ikke. Det skyldes at det virker andre krefter i tillegg, for eksempel luftmotstand, som motvirker motorkraften. Vi har med andre ord krefter som virker, men som utlikner hverandre, slik at farten ikke endres.



En gjenstand kan godt bevege seg med konstant fart selv om det virker krefter på gjenstanden. Det er lett å tenke at en gjenstand ikke beveger seg i det hele tatt når $\Sigma F = 0$, men likningen betyr rett og slett at kreftene til sammen nuller hverandre ut. Til sammen endrer derfor ikke kreftene farten. Farten forblir uendret, enten konstant eller lik null.

Til slutt tenker vi oss at bilen kjører uten piggdekk på helt glatt is og så bråbremser. Vi tenker oss at isen er så glatt at det ikke virker noen form for friksjon. Selv om slik is ikke finnes i virkeligheten, klarer du sikkert å se for deg situasjonen der sjåføren prøver å bremse, men bilen sklir videre uten å bremse ned i det hele tatt.

Bilens bevegelse fortsetter uhindret, og bilen sklir bortover langs en rett linje. Siden isen er perfekt og fullstendig friksjonsfri, er det ingen krefter som virker på bilen i fartsretningen. Farten forblir derfor uendret, både i størrelse og retning. Vi ser altså at en gjenstand kan bevege seg med konstant rettlinjet fart selv om det ikke virker krefter i fartsretningen. Dette er ikke det samme som at ingen krefter virker i det hele tatt. Gravitasjonskraften og normalkraften er til stede, men påvirker ikke bevegelsen.

Tilvurdering

Alle situasjonene ovenfor er eksempler på Newtons 1. lov. Det er på tide å fortelle hva loven sier:

VIKTIG!

Newtons 1. lov

Hvis summen av alle kreftene som virker på en gjenstand er null, er gjenstanden i ro eller beveger seg langs en rett linje med konstant fart. Hvis en gjenstand er i ro eller beveger seg langs en rett linje med konstant fart, er summen av alle kreftene som virker på gjenstanden, lik null.

$$\Sigma F = 0 \quad \Leftrightarrow \quad v = \text{konstant og rettlinjet}$$

Newtons 1. lov blir ofte kalt «treghetsloven». Mer om dette får du vite under Newtons 2. lov seinere i kapitlet.

EKSEMPEL 7 **Å finne størrelsen av en kraft som virker på en gjenstand i ro**

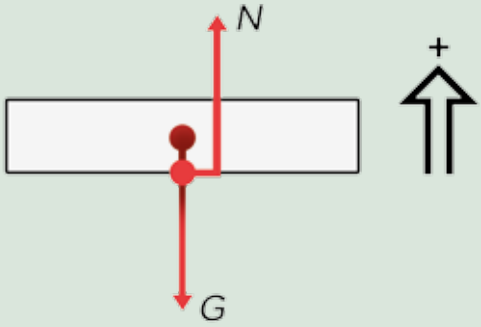
Regn ut størrelsen av

a normalkraften som virker på en vektstang med masse 32,5 kg som ligger i ro

b løftekraften som virker på den samme vektstanga når vi løfter den med konstant fart

Løsning:

a Vektstanga ligger i ro. Derfor er $\Sigma F = 0$. Vi velger positiv retning oppover.

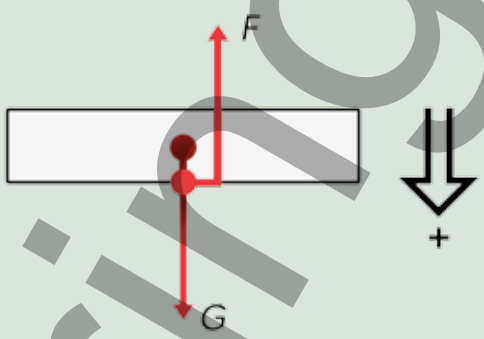


$$\Sigma F = 0$$
$$N - G = 0$$
$$N = G$$
$$N = mg$$
$$N = 32{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 319\ \text{N}$$

Tilvurdering

EKSEMPEL 7 FORTS.

b Vektstanga løftes med konstant fart. Derfor er $\Sigma F = 0$. Vi velger positiv retning nedover denne gangen.



$$\Sigma F = 0$$
$$G - F = 0$$
$$F = G$$
$$F = mg$$
$$F = 32{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 319\ \text{N}$$

I oppgave **b** i eksemplet ovenfor kunne vi også ha argumentert med at siden farten er konstant, er situasjonen i praksis den samme som i oppgave **a**. Løftekraften må motvirke gravitasjonskraften, akkurat som normalkraften gjorde i oppgave a. Kreftene må derfor være like store.

2.7

En sekk ligger på bakken og har tyngden 63 N.

a Tegn inn kreftene som virker på sekken.

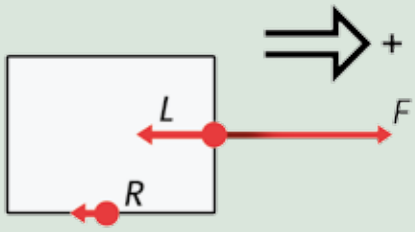
b Regn ut størrelsen av kreftene som virker på sekken.

EKSEMPEL 8 **Beveger gjenstanden seg med konstant fart?**

En stor tilhenger er festet til en bil som kjører på et horisontalt underlag. Bilen virker på tilhengeren med 2,6 kN, og luftmotstanden som virker på tilhengeren, er 1,5 kN.

a Anta at friksjonen på hjulene er 300 N. Beveger tilhengeren seg med konstant fart?

b Hva må friksjonen på hjulene være for at farten skal være konstant?



Løsning:

a Vi antar at kraften på tilhengeren fra bilen virker i fartsretningen, og lar denne retningen være mot høyre. Vi setter også positiv retning mot høyre.

$$\Sigma F = F - L - R = 2{,}6\ \text{kN} - 1{,}5\ \text{kN} - 0{,}300\ \text{kN} = 0{,}80\ \text{kN}$$

Tilvurdering

EKSEMPEL 8 FORTS.

Siden summen av kreftene ikke er null, er farten ikke konstant. Vi kunne også ha sett det ut fra tegningen, siden den sammenlagte lengden av kreftene i hver retning ikke er lik.

b Dersom farten skal være konstant, må vi ha $\Sigma F = 0$.

$$\Sigma F = 0$$
$$F - L - R = 0$$
$$R = F - L$$
$$R = 2{,}6\ \text{kN} - 1{,}5\ \text{kN} = 1{,}1\ \text{kN}$$

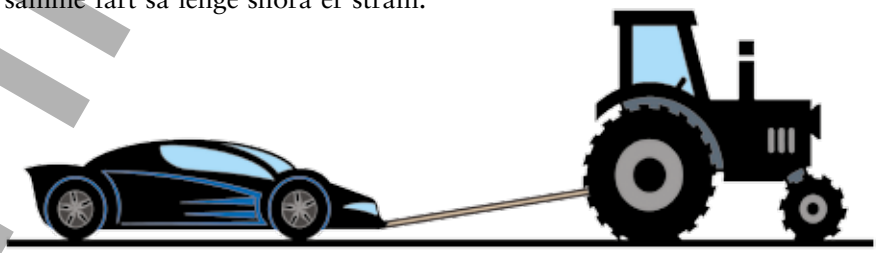
2.8

a Du får vite at tilhengeren i eksemplet ovenfor har massen 2000 kg. Bruk Newtons 1. lov til å finne normalkraften som virker på tilhengeren.

b Bilen akselererer til en ny, høyere, konstant fart. Hva kan du si om de tre kreftene som virker når bilen igjen har fått konstant fart?

Snorkraft

Ofte ser vi at gjenstander blir dratt med en snor eller holdt igjen av en snor. Situasjonen er så vanlig at det er lurt å se litt nærmere på kreftene som virker i disse tilfellene. Nedenfor ser vi et bilde av en traktor som tauer en bil. Vi kan tenke oss at ved et bestemt tidspunkt drar traktoren med en kraft på 1,0 kN. Snora er helt stram. I virkeligheten har alle snorer en masse, men av praktiske årsaker tillater vi oss en forenkling. Vi antar i utregningene våre at snora er *masseløs*. Med andre ord påvirkes ikke snora av gravitasjonskraften. Resultatet er at kraften som virker på gjenstandene fra snora, *snorkraften*, er lik i begge ender av snora. Dette er uavhengig av massene av gjenstandene i hver ende. Når bilen blir dratt med en snorkraft på 1,0 kN, blir traktoren holdt igjen med 1,0 kN. I tillegg har vi at hvis traktoren akselererer, vil bilen akselerere like mye. Og motsatt: Hvis bilen bremser, vil også traktoren bremses ned. Traktoren og bilen vil til enhver tid ha samme fart så lenge snora er stram.



Tilvurdering

VIKTIG!

Snorkraft

Krafttype: Kontaktkraft
Retning: Langs snora vekk fra gjenstanden
Angrepspunkt: I festepunktet på gjenstanden
Symbol: $\vec{S}$
Størrelse: Avhengig av situasjonen

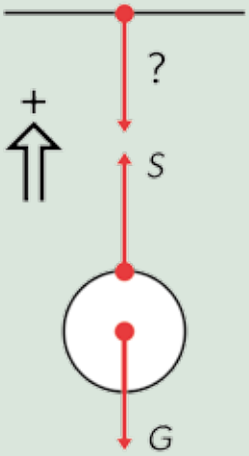
En snorkraft oppstår når to gjenstander er festet til hverandre med en stram snor som vi antar er masseløs. Snorkraftens størrelse er til enhver tid den samme i begge ender.

EKSEMPEL 9

Snorkraft som virker på en pendel i ro

En pendel er en gjenstand som består av en snor med et lodd med en viss masse i den ene enden. Vi henger en slik pendel med masse $m = 600$ g fra taket og lar den henge i ro. Hvor stor er snorkraften som virker på taket?

Løsning:
Vi antar at snora er masseløs, slik at snorkraften som virker på pendelen, er den samme som snorkraften som virker på taket. Pendelen henger i ro, så summen av kreftene som virker på pendelen, er derfor lik null. Vi velger positiv retning oppover.



$$\Sigma F = 0$$
$$S - G = 0$$
$$S = mg = 0{,}600 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 5{,}89 \text{ N}$$

Siden snora er masseløs, er snorkraften som virker på taket lik snorkraften som virker på pendelen, altså 5,89 N.

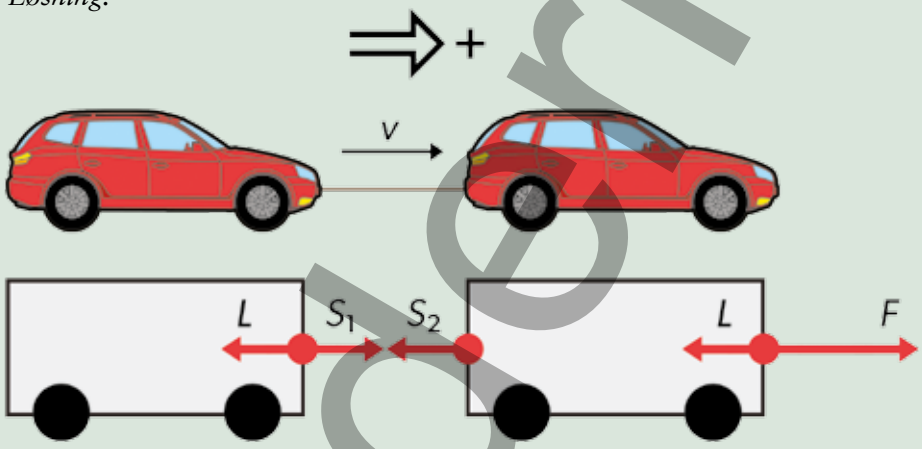
2.9
En fysiker tar fram en pendel og fester den i en kraftmåler. Kraftmåleren holdes loddrett, og den viser at snorkraften er 3,2 N. Hvor stor er gravitasjonskraften som virker på massen i pendelen?

Tilvurdering

EKSEMPEL 10 Tauing av biler

To biler med lik masse er bundet sammen med et tau, og den fremste bilen trekker den bakerste. Ved et tidspunkt triller den bakerste bilen med konstant fart, samtidig som snora er stram. Snorkraften er da 280 N og vi antar at luftmotstanden er den samme på begge bilene. Hvor stor er motorkraften til den fremste bilen?

Løsning:



Vi starter med å bryte opp systemet med de to bilene til to mindre systemer med hver bil for seg. I tillegg trenger vi bare å se på kreftene som virker i fartsretningen. Den bakerste bilen er bare utsatt for snorkraft og luftmotstand. På den fremste bilen virker det snorkraft, luftmotstand og motorkraft. Snorkraften er lik i begge ender av tauet, $S_1 = S_2 = 280$ N. Vi velger positiv retning i fartsretningen. Den bakerste bilen har konstant fart. Newtons 1. lov gir da

$$\Sigma F = 0$$
$$S_1 - L = 0$$
$$S_1 = L$$

Så bruker vi Newtons 1. lov på den fremste bilen:

$$\Sigma F = 0$$
$$F - L - S_2 = 0 \qquad S_2 = S_1 = L = 280 \text{ N}$$
$$F - 2L = 0$$
$$F = 2L = 2 \cdot 280 \text{ N} = 560 \text{ N}$$

Til vurdering

2.10

Den bakerste bilen i eksempel 10 begynner å bremse med en kraft $R = 170$ N. Forklar med ord og ved regning hvor mye den fremste bilen må øke motorkraften for at bilene skal fortsette med konstant fart.

Oppdrift

Hvorfor flyter du i vann? Det er vanlig i dagligtale å si at noe er lettere enn vann, og at det derfor flyter. Ville du ha sagt at et cruiseskip er lettere enn vann? Spørsmålet gir kanskje ikke så mye mening, for ordene «lettere» og «tyngre» i dagligtalen er ikke presist definerte størrelser. Det som avgjør om noe flyter i vann, er om *massetettheten* til gjenstanden er større enn vannets massetetthet.

VIKTIG!

Massetetthet

En gjenstand med masse m og volum V har en massetetthet ρ gitt ved

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Enheten for massetetthet er kg/m^3 når vi bruker SI-enheter. Ferskvann har en massetetthet på ca. 1000 kg/m^3. Det betyr at en terning av vann med sidelengder på 1,0 m har en masse på omtrent 1000 kg. Dersom en gjenstand har mindre massetetthet enn 1000 kg/m^3, vil den flyte i vann. Hvis massetettheten er høyere, vil gjenstanden synke.

Gjenstander påvirkes av gravitasjonskraften. Men for en fotball som flyter i ro på vannoverflaten, er $\Sigma F = 0$. Konklusjonen er at vannet virker på fotballen med en kraft oppover. Denne kraften kaller vi *oppdrift*.

Til vurdering

VIKTIG!

Oppdrift

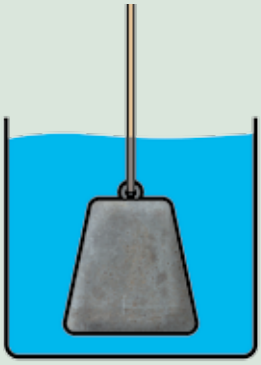
Krafttype: Kontaktkraft
Retning: Oppover
Angrepspunkt: I midten av den delen av gjenstanden som er nedsunket i væsken
Symbol: $\vec{B}$ (fra engelsk *buoyancy*)
Størrelse: $B = \rho_f V g$, der ρ_f er tettheten av væsken eller gassen i omgivelsene, V er volumet av den delen av gjenstanden som er i væsken, og g er tyngdeakselerasjonen.

Arkimedes (287–212 f.Kr.) fant ut at denne kraften gjelder for absolutt alle gjenstander, uansett tetthet. Det er det også mulig å se ut fra formelen for oppdrift. Oppdriften avhenger ikke av massen av gjenstanden, bare av volumet, tyngdeakselerasjonen og massetettheten i omgivelsene. Vi skal se på Arkimedes' funn i et eksempel.

EKSEMPEL 11 **Lodd som henger i en snor i et vannbad – Arkimedes' prinsipp**

Et lodd med masse 500 g og volum 59,5 cm^3 henger i en masseløs snor.

a Hvor stor er tyngden av loddet?



Loddet senkes så ned i vann. Snora forblir stram, og loddet er i ro i vannet.

b Hvor stor er oppdriften?

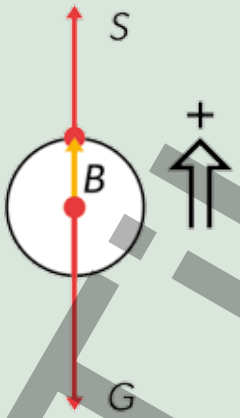
c Hvor stor er snorkraften?

Løsning:

a $G = mg = 0{,}500\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 4{,}905\ \text{N} \approx 4{,}91\ \text{N}$

b $B = \rho_f V g = 1000\ \text{kg/m}^3 \cdot 59{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 0{,}5837\ \text{N} \approx 0{,}584\ \text{N}$

c Loddet henger i ro. Dermed er



$$\Sigma F = 0$$
$$S + B - G = 0$$
$$S = G - B$$
$$S = 4{,}905\ \text{N} - 0{,}5837\ \text{N} = 4{,}321\ \text{N} \approx 4{,}32\ \text{N}$$

Tilvurdering

2.11

En vanlig ballong fylles med helium. Volumet av ballongen er 6,26 dm^3. Massetettheten til luft er 1,293 kg/m^3 og massetettheten til vann er ca. 1000 kg/m^3. Hvor stor oppdrift får ballongen i

a luft?

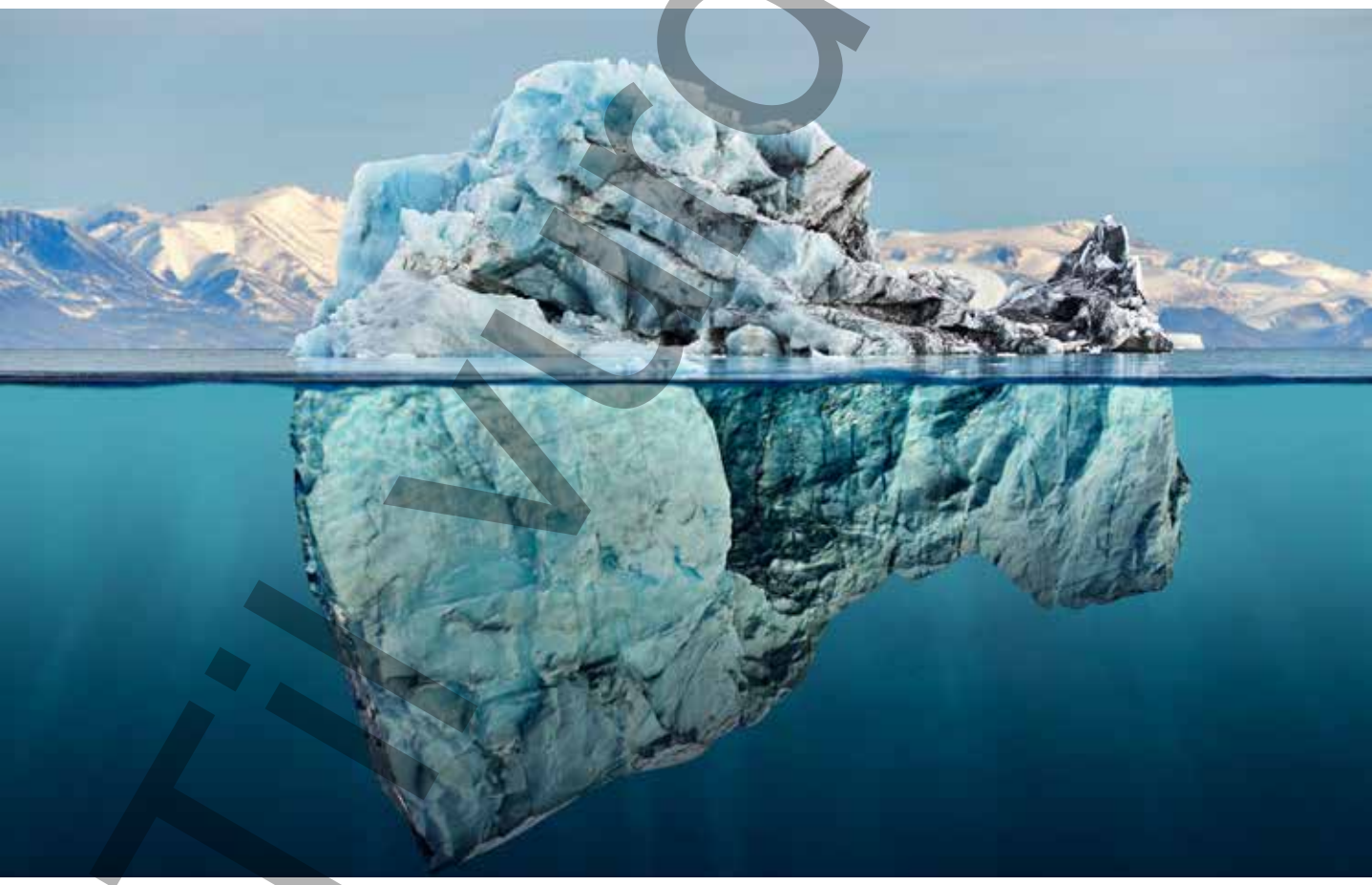
b vann?

2.12

Kvikksølv har en tetthet på 13,6 g/cm^3. En norsk 20-krone har en tetthet på 7576 kg/m^3 og en masse på 9,9 g.

a Regn ut tyngden og oppdriften til mynten når den er helt nedsenket i kvikksølv.

b Vil mynten flyte eller synke? Gi to begrunnelser.



Tilvurdering

2C Friksjon og luftmotstand

Bevegelse med motstand

Prøv å se for deg en verden uten friksjonskrefter. Plutselig er gulvet speilglatt, mobilen sklir ut av hånda di uansett hvor hardt du holder den, alle biler spinner uten å komme noen vei, og du må sitte helt rett på en stol for ikke å skli av. Hele grunnlaget for at du kan ta på og manipulere gjenstandene rundt deg, er friksjon. Luftmotstanden er der på grunn av lufta som vi trenger for å leve. Hver gang vi beveger oss gjennom lufta, dytter vi på luftpartikler, og vi føler derfor en motstand mot bevegelsen i form av luftmotstand.

Når vi ofte ser bort fra luftmotstand eller friksjon, ser vi på en måte bort fra virkeligheten vi lever i. Så hvorfor gjør vi det? Handler ikke fysikk om virkeligheten og om hvordan fysiske prosesser foregår? Svaret er todelt, men det koker fort ned til at friksjon og luftmotstand krever mer av oss matematisk. Gravitasjonskraft er gravitasjonskraft, uansett om du sitter i en bil eller står på et gulv. Friksjonskraften varierer fra kontaktflate til kontaktflate, og luftmotstanden varierer med formen og farten til gjenstanden som beveger seg. Her finnes det mange muligheter, og det gjør at kompleksiteten øker. I dag er vi heldige og kan bruke programmering til å takle utfordringen, men det betyr ikke at vi ikke kan studere friksjon og luftmotstand på en forenklet måte. En av styrkene til fysikkfaget er at vi kan se på forenklede modeller og likevel få god informasjon om hvordan naturen rundt oss fungerer. I dette delkapitlet skal vi se nærmere på disse modellene.

Tilmulering

Friksjonskraft

Friksjonskraften oppstår når to gjenstander er i kontakt med hverandre samtidig som de forsøker å bevege seg i forhold til hverandre. Det kan for eksempel være en eske som skyves bortover et gulv, eller hendene dine som presses sammen og gnis mot hverandre. Resultatet er i begge tilfellene en motstand mot bevegelsen, og denne motstanden kaller vi *friksjon*.

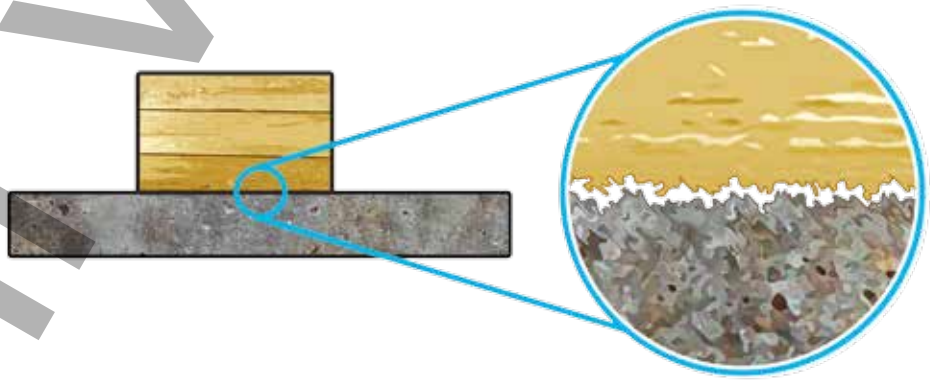
UTFORSK!

Friksjon mellom hendene

Press hendene dine mot hverandre, først lett, og gni dem så mot hverandre. Øk gradvis presset mellom hendene dine. Hvordan endrer friksjonen seg med presset?

Dersom du presser fingrene mot en bordflate i stedet, opplever du da det samme?

I aktiviteten ovenfor opplevde du nok at jo hardere to gjenstander blir presset mot hverandre, desto mer friksjon blir det mellom gjenstandene når de glir mot hverandre. Årsaken til dette kan du se på figuren nedenfor. Figuren er kraftig overdrevet, men alle glatte flater er egentlig grove og kornete dersom man forstørrer dem nok. Når vi presser gjenstandene hardere sammen, blir det vanskeligere for ujevnhetene å gli mot hverandre. Derfor blir det mer motstand. Du har kanskje merket deg at jo finere sandpapir du bruker på treverk, desto glattere blir overflaten? Dersom trestykket har en grov overflate, bruker du grovt sandpapir for å fjerne de store ujevnhetene. Deretter kan du gradvis bruke finere og finere sandpapir for å gjøre ujevnhetene stadig mindre. Resultatet er at treverket blir glattere.



Til vurdering

Hvilefriksjon og glidefriksjon

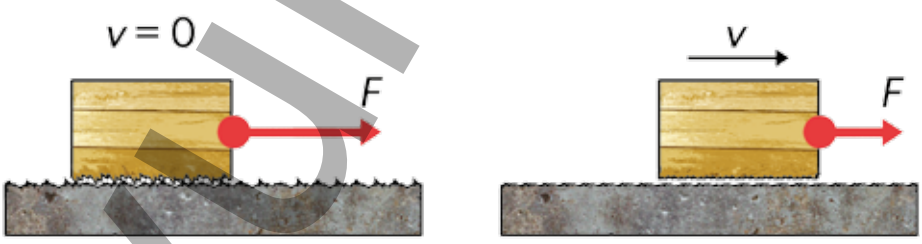
UTFORSK!

Glidning på bordflate

Press hele hånda di lett mot en bordflate uten at den glir bortover. Forsøk gradvis å dytte hånda hardere og hardere, inntil den begynner å gli. Beskriv hva du opplever idet hånda begynner å gli.

Merket du at det var som om motstanden ble mindre akkurat idet hånda begynte å gli? Dette er ikke noe du innbiller deg. På kraftmåleren ser du at kraften som trengs for å starte bevegelsen, er større enn kraften som trengs for å holde bevegelsen i gang. Vi sier at friksjonskraften går fra *hvilefriksjon* til *glidefriksjon*.

Hvilefriksjonen er illustrert til venstre på figuren nedenfor. Gjenstandene glir ikke mot hverandre. Da er ujevnhetene i overflatene ganske godt låst fast til hverandre. Når du gradvis øker kraften på klossen, kommer du til et punkt der du klarer å dytte klossen opp fra ujevnhetene i bordet. Klossen begynner da å gli. Med en gang klossen glir over bordet, går friksjonen ned. Det er fordi klossen da ikke rekker å «falle» ned i ujevnhetene igjen. Derfor er det mindre motstand. Dette ser du til høyre på figuren, og det er dette vi kaller glidefriksjon.



VIKTIG!

To typer friksjonskrefter

Hvis gjenstandene ikke glir mot hverandre, virker hvilefriksjonen. Hvis gjenstandene glir mot hverandre, virker glidefriksjonen. Den maksimale hvilefriksjonen er alltid større enn glidefriksjonen.

Forskjellige flater gir forskjellige friksjonskrefter, men alle friksjonskrefter skyldes kontakt mellom gjenstandene. Tidligere i dette kapitlet lærte du om normalkraften, og at normalkraften oppstår når en gjenstand har kontakt med et underlag. Når størrelsen av friksjonskraften er bestemt av hvor hard kontakten er, gir det mening at glidefriksjonen øker når normalkraften øker.

Tilvurdering

Forsøk viser at sammenhengen mellom glidefriksjon og normalkraft er tilnærmet *proporsjonal*. Det vil si at glidefriksjonen blir dobbelt så stor dersom normalkraften blir dobbelt så stor.

VIKTIG!

Glidefriksjon

Krafttype: Kontaktkraft
Retning: Motsatt av fartsretningen
Angrepspunkt: Midt på kontaktflaten med underlaget
Symbol: $\vec{R}$
Størrelse: $R = \mu N$, der μ er en konstant som vi kaller *friksjonstallet* for flatene som glir mot hverandre, og N er normalkraften.

Mellom alle flater som glir mot hverandre, oppstår det en glidefriksjon R som er tilnærmet proporsjonal med normalkraften fra underlaget.

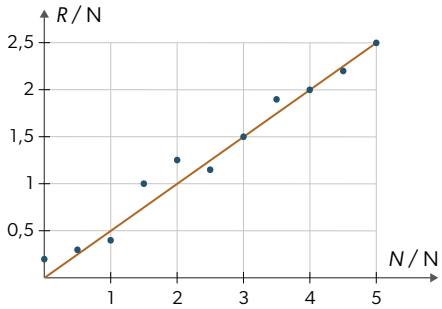
Ved å snu på formelen for friksjonskraften kan vi skrive et uttrykk for friksjonstallet:

$$\mu = \frac{R}{N}$$

Når vi setter inn tall med enheter i formelen ovenfor, kan enhetene strykes, og vi sitter igjen med et tall uten enhet. Friksjonstallet har derfor ingen enhet. Vi kan også se at formelen $R = \mu N$ minner om likningen $y = ax$, som du sikkert kjenner igjen fra matematikken. I matematikken har du lært at

Tilvurdering

a er stigningstallet til den rette linja $y = ax$. På samme måte er μ stigningstallet til linja vi får dersom vi tegner R og N i et koordinatsystem med N langs x-aksen og R langs y-aksen. Linja går dessuten gjennom origo. Dette betyr at R og N er proporsjonale, med proporsjonalitetskonstant μ.



Forskjellige kombinasjoner av materialer gir forskjellige friksjonstall. I tabellen nedenfor ser du friksjonstallet for noen kombinasjoner av materialer.

Gjenstand 1	Gjenstand 2	Friksjonstall
Gummi	Tørr asfalt	0,7
Gummi	Våt asfalt	0,2
Gummi	Is	0,02
Tre	Tre	0,3
Stål	Stål	0,6 (tørr kontaktflate)
Stål	Stål	0,01–0,1 (smurt kontaktflate)
Stål	Is	0,03
Aluminium	Stål	0,5
Glass	Glass	0,4

UTFORSK!

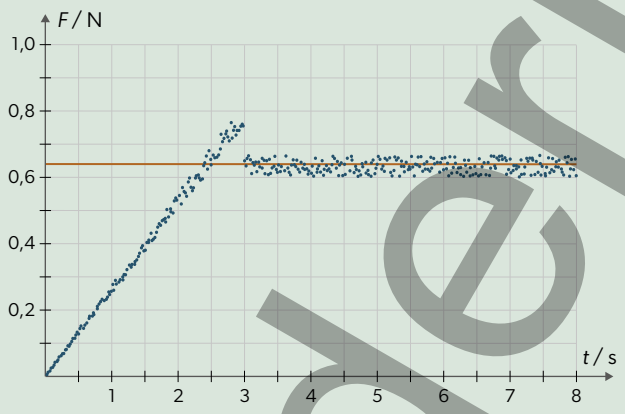
Sko og friksjonstall

Test den maksimale hvilefriksjonen til dine egne og dine medstudenters sko på ulike underlag. Legg skoene på et bord eller en flate som kan løftes i den ene enden. Hvilken sko klarer å holde seg lengst på skråplanet?

Tilvurdering

EKSEMPEL 12 Friksjonsgraf

Vi trekker en kloss med en kraftmåler på et horisontalt underlag og måler kraften med en datalogger. I første fase er klossen i ro mens kraften øker. I andre fase trekker vi klossen med tilnærmet konstant fart. I begge tilfeller gjelder Newtons 1. lov, som sier oss at trekkraften er lik friksjonskraften. Grafen som oppstår, ser slik ut:



a Hvor stor er den maksimale hvilefriksjonen?

b Hvor stor er glidefriksjonen?

c Hvor stort er friksjonstallet når du får vite at klossens masse er 150 g?

d Hvis vi øker friksjonstallet til 1,0, hva må trekkraften endres til for at klossen fortsatt skal bevege seg med konstant fart?

Løsning:

a Den maksimale hvilefriksjonen ser vi ut fra den første fasen på grafen, altså ca. 0,75 N.

b Glidefriksjonen ser vi ut fra den andre fasen på grafen, altså ca. 0,64 N.

c Når klossen ikke beveger seg i vertikal retning, er normalkraften lik tyngden. Det gir

$$\mu = \frac{R}{N} = \frac{R}{mg} = \frac{0{,}64\ \text{N}}{0{,}150\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} = 0{,}43$$

d Fra Newtons 1. lov har vi at $\Sigma F = 0$ når farten er konstant:

$$\Sigma F = 0$$
$$F - R = 0$$
$$F = R = \mu N = \mu mg = 1{,}0 \cdot 0{,}150\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 1{,}5\ \text{N}$$

Tilmuldering

2.13
Hvorfor er det viktig at sko har høy hvilefriksjon?

2.14
Vi trekker en trekloss med masse $m = 80$ g på et trebord. Bruk tabellen på side 96 og regn ut hvor stor kraft vi må trekke med for at klossen skal gli med konstant fart.

Luftmotstand

En av livets små gleder er å stikke hånda ut av vinduet på en bil i fart. Med en gang kjenner du lufta slå mot hånda, og den dyttes bakover. Denne kraften kaller vi *luftmotstand*, og den skyldes at luftmolekylene må skifte fart og retning idet de treffer hånda. Det er den samme kraften som gjør at fallskjermhoppere ikke får for høy fart på vei mot bakken, og som gjør at klærne dine flagrer i vinden.

Når du har holdt hånda ut gjennom vinduet på bilen, har du kanskje lagt merke til at luftmotstanden varierer ut fra om hånda di peker rett fram eller litt opp eller ned. Det kommer av at den *flaten* lufta treffer, varierer i størrelse. Jo større flate, desto større luftmotstand. Vi kan altså konkludere med at *formen* på gjenstanden som beveger seg gjennom lufta, er avgjørende for hvor store krefter som virker. Dette er grunnen til at lyntog blant annet har en veldig spiss front og er «aerodynamiske».

I tillegg til formen er *farten* også avgjørende for hvor stor luftmotstand en gjenstand opplever. Dersom du stikker hånda di ut gjennom vinduet når bilen kjører i 30 km/h, vil det føles veldig annerledes enn om farten er 80 km/h. Når vi skal lage modeller for luftmotstand, må vi derfor ta hensyn til både form og fart.

Tilvurdering

VIKTIG!

Luftmotstand

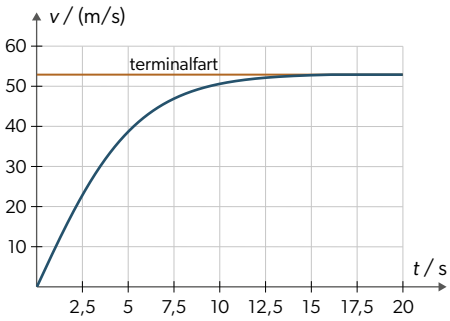
Krafttype: Kontaktkraft
Retning: Motsatt av fartsretningen
Angrepspunkt: Midt på flaten som møter luftstrømmen
Symbol: $\vec{L}$
Størrelse: $L = kv^2$, der k er luftmotstandstallet og v er farten

Alle gjenstander som beveger seg gjennom lufta, blir utsatt for en luftmotstand som er proporsjonal med kvadratet av farten. Sammenhengen gjelder så lenge farten er mindre enn lydhastigheten.

Enheten for luftmotstandstallet k er ofte oppgitt som kg/m, og er bestemt slik at luftmotstanden får enheten N. Vi skal bruke modellen $L = kv^2$ i dette kapitlet, siden den gjelder for de fleste tilfeller. Du kan finne mer informasjon om modeller for luftmotstand på Aunivers.no.

Terminalfart

Terminalfarten er den farten en gjenstand etter hvert vil få hvis den faller lenge gjennom lufta og ikke er påvirket av andre krefter enn tyngden og luftmotstanden. Terminalfarten varierer fra gjenstand til gjenstand. Nedenfor ser du fartsgrafen til en fallskjermhopper. Fartsgrafen starter med en rask økning, mens fallskjermhopperen akselererer nedover. Etter hvert som farten blir større og nærmer seg terminalfarten, flater fartsgrafen ut. Til slutt har fallskjermhopperen tilnærmet konstant fart. Luftmotstanden er da like stor som tyngdekraften. I eksemplet på neste side ser vi nærmere på dette.



Til vurdering

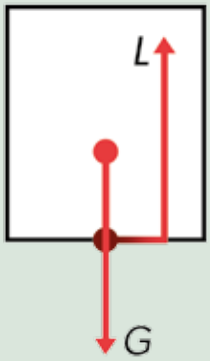
EKSEMPEL 13 **Terminalfart**

En fallskjermhopper med masse 90 kg kan oppnå en terminalfart på omtrent 55 m/s.

a Regn ut luftmotstandstallet k for en fallskjermhopper.

b En gjenstand har $k = 0{,}70$ kg/m og masse 30 kg. Hvor stor er terminalfarten?

Løsning:



a Siden hopperen har terminalfart, er farten konstant. Vi bruker Newtons 1. lov med positiv retning nedover:

$$\Sigma F = 0$$
$$G - L = 0$$
$$kv^2 = G$$
$$k = \frac{G}{v^2}$$
$$k = \frac{mg}{v^2} = \frac{90\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{(55\ \text{m/s})^2} = 0{,}29\ \text{kg/m}$$

b Igjen gjelder Newtons 1. lov, siden vi er interessert i terminalfarten. Vi velger positiv retning nedover.

$$\Sigma F = 0$$
$$G - L = 0$$
$$kv^2 = mg$$
$$v = \pm\sqrt{\frac{mg}{k}}$$
$$v = \sqrt{\frac{30\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{0{,}70\ \text{kg/m}}} = 21\ \text{m/s}$$

I utregningen valgte vi det positive svaret, siden farten har positiv retning.

2.15

a En baseball har massen 145 gram og en terminalfart på 60 m/s. Hvor stort er luftmotstandstallet?

b Vi øker massen til 1,45 kg og beholder verdien for k fra oppgave a. Regn ut terminalfarten og forklar hvorfor den er høyere nå.

Til vurdering

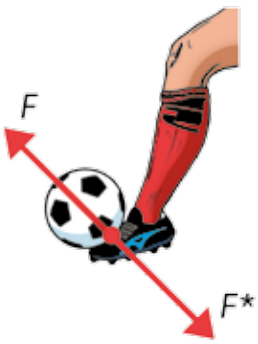
2D Newtons 3. lov

Du kan ikke dytte uten å bli dyttet

UTFORSK!

Tautrekking

To lag deltar i tautrekking. Hva kan årsaken være til at ett lag vinner, når begge lagene opplever en like stor kraft fra tauet?



I begynnelsen av kapitlet ble en kraft definert blant annet ved at den virker mellom to gjenstander, *fra* den ene gjenstanden og *på* den andre. Tenk deg at du sparker en ball med en kraft $F = 500$ N. I dette tilfellet vil kraften virke fra foten din på ballen. Idet du treffer ballen, kjenner du også et trykk mot foten din, akkurat som om noe dytter på den. Litt mer teknisk kan vi si at akkurat som ballen utsettes for en kraft fra foten din, blir *foten* utsatt for en kraft *fra ballen*. Denne kraften kaller vi *motkraften* til F, og vi bruker symbolet F^* for den. Sammen utgjør de to kreftene et *kraft-motkraft-par*.

Kreftene i et kraft-motkraft-par er alltid like store og motsatt rettet. Når kraften $F = 500$ N virker fra foten på ballen, virker $F^* = 500$ N fra ballen på foten. F og F^* virker på hver sin gjenstand. Her er det fort gjort å tenke at noe må være galt, siden det ser ut som om ballen blir påvirket av sparket i mye større grad enn det foten din blir. Grunnen til at ballen ser ut til å bli påvirket mer, er at ballen har mye mindre masse enn foten din. Dermed vil 500 N få større konsekvenser for ballen enn for foten.

VIKTIG!

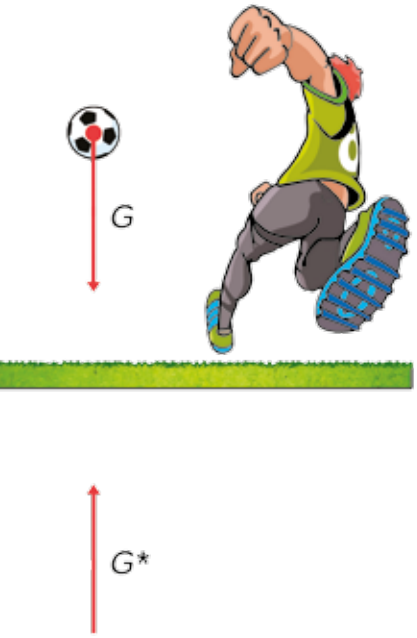
Newtons 3. lov

Når en gjenstand A virker på en gjenstand B med en kraft F, virker det en like stor og motsatt rettet kraft F^* fra gjenstand B på gjenstand A. Denne kraften kaller vi motkraften til F. For størrelsene gjelder

$$F^* = F$$

F^* og F er samme type krefter.

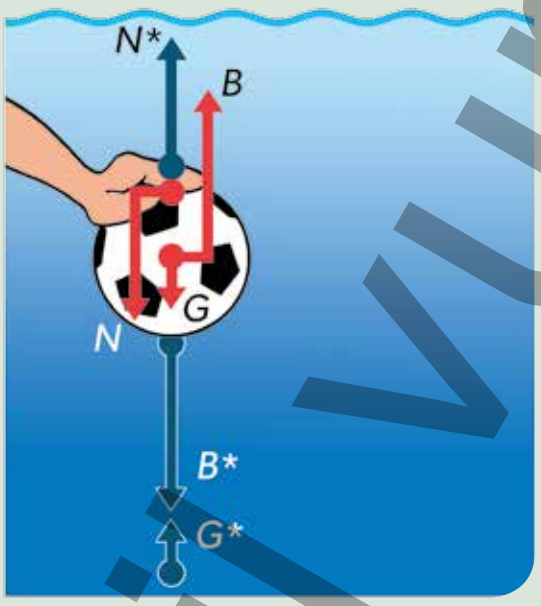
Tilvurdering



I eksemplet med fotballen handlet det om kontaktkrefter. Kraft-motkraft-par finnes også for andre typer krefter. Se for deg ballen mens den fyker av sted etter sparket. Hvis vi ser bort fra luftmotstanden, virker det bare én kraft på ballen, nemlig gravitasjonskraften $G = mg$. Da vet vi at motkraften også er en gravitasjonskraft, siden F og F^* er samme type krefter. Hvis ballen har massen 400 gram, drar gravitasjonskraften ballen mot jordas sentrum med en kraft på ca. 3,9 N. Dette er kraften på ballen fra jorda. Motkraften blir da en gravitasjonskraft på 3,9 N *fra ballen på jorda*! Igjen har ballen mye mindre masse enn jorda, og vi ser derfor ballen falle mot jorda i stedet for at jorda løftes opp mot ballen.

EKSEMPEL 14 Ball under vann

En oppblåsbar ball holdes under vann av en person. Tegn alle kreftene som virker på ballen, og de tilhørende motkreftene.



Løsning:
Et greit sted å starte er å se på gravitasjonskreftene. Siden gravitasjonskraften G virker fra jorda på ballens massesenter, virker motkraften G^* fra ballen på jordas massesenter.

Videre virker det en oppdrift B på ballen fra vannet. Motkraften B^* virker fra ballen på vannet ved at ballen skyver vekk vannet som var på dette stedet før ballen dukket opp.

Til slutt opplever ballen en normalkraft N fra hånda til personen som holder den nede. Motkraften er det presset personen føler fra ballen, nemlig N^*.

2.16

a Tegn kreftene som virker på en heliumballong som holdes igjen av en snor.

b Tegn alle motkreftene til kreftene i oppgave **a**.

Til vurdering

EKSEMPEL 15 Eske i ro på bakken

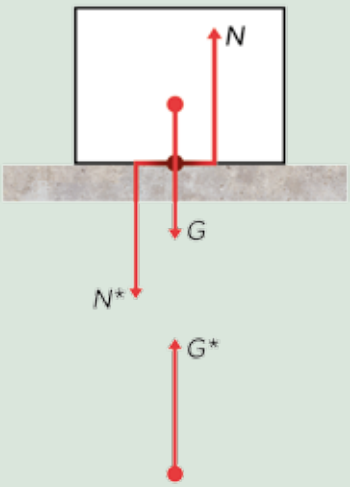
En eske med tyngde 120 N ligger i ro på bakken.

a Tegn og regn ut størrelsen av alle kreftene som virker på esken, og de tilhørende motkreftene.

Vi legger en eske til med tyngde 80 N oppå esken.

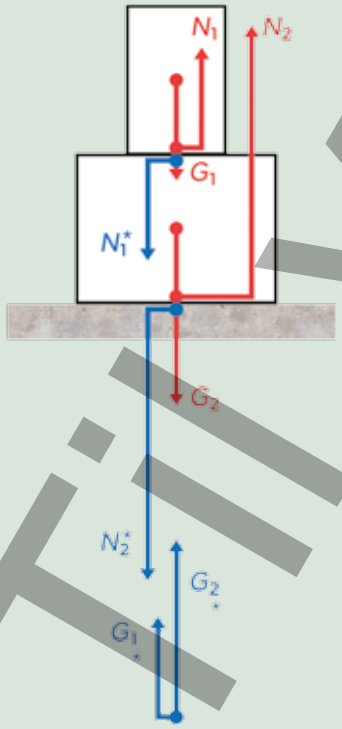
b Tegn alle krefter og motkrefter som virker nå.

c Hva er størrelsen av normalkraften mellom den nederste esken og bakken?



Løsning:

a Det virker to krefter på esken, nemlig gravitasjonskraften G og normalkraften N. Begge disse kreftene virker på esken. Motkreftene må derfor virke *fra* esken. I tillegg skal kraft-motkraft-par inneholde den samme typen krefter. Dermed får vi at motkraften til G er gravitasjonskraften G^* fra esken på jorda, med angrepspunkt i jordas sentrum. Normalkraften N er en skyvekraft på esken fra bakken. Motkraften N^* er derfor skyvekraften på bakken fra esken.
Vi får oppgitt at $G = 120$ N. Dermed er $G^* = G = 120$ N.
Siden esken ligger i ro, er $N = G = 120$ N (Newtons 1. lov).
Da er også $N^* = N = 120$ N.



b Kreftene som virker på den øverste esken, er N_1 og G_1. Siden esken er i ro, gjelder Newtons 1. lov, og kreftene er derfor like store. På den nederste esken virker det nå tre krefter. Den nederste esken blir presset ned av den øverste esken med kraften N_1^*, i tillegg til at den utsettes for kreftene G_2 og N_2. Esken er fortsatt i ro, så den totale lengden av kraftpilene nedover skal tilsvare lengden av kraftpila oppover. N_2^* er kraften fra den nederste esken på underlanget. Til slutt tar vi med motkreftene til gravitasjonskreftene, nemlig G_1^* og G_2^*.

c Den nederste esken er i ro, og dermed får vi

$$\Sigma F = 0$$

$$N_2 - G_2 - N_1^* = 0$$

$N_1^* = N_1 = G_1 = 80$ N

$$N_2 = G_2 + N_1^* = 120\text{ N} + 80\text{ N} = 200\text{ N}$$

Tilvurdering

UTFORSK!

Genialt triks?

Er det mulig å gi en seilbåt framdrift ved å blåse på seilene med en stor vifte om bord i båten?

2.17

a Tegn kreftene og de tilhørende motkreftene som virker på en fotball som ligger i ro på bakken.

b Fotballen har masse 450 g og plasseres i ro på en kasse med tyngde 900 N. Tegn alle krefter og motkrefter som virker på systemet i dette tilfellet.

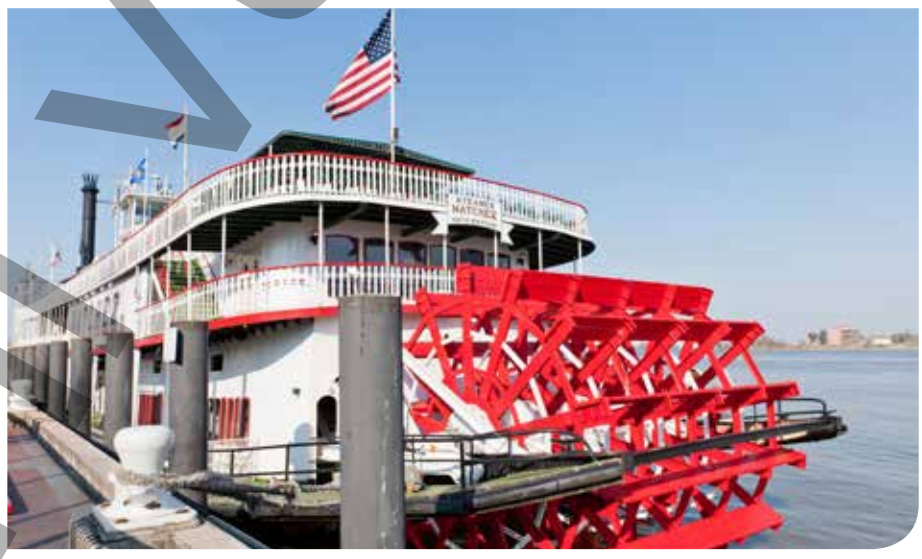
c Hvor stort er presset på bakken fra kassa i dette tilfellet?

2.18

Sadia gjør en armheving. Dytter hun jorda ned eller seg selv opp, eller begge deler? Tegn en figur og forklar.

2.19

Du holder en magnet som trekker i en binders med en kraft $F = 3{,}0$ N rett oppover. Tegn alle kreftene som virker på bindersen og på magneten.



Til vurdering

2E Newtons 2. lov

Når gjenstander akselererer

UTFORSK!

Flaskekast

Få tak i en tom plastflaske. Hold den først i ro. Så kaster du den rett opp. Beskriv posisjonen, farten og akselerasjonen til flaska, og hva som er det høyeste punktet flaska kommer til.

Fyll så flaska med vann, og prøv å kaste den like høyt. Hvordan oppleves en full flaske sammenliknet med en tom flaske?

Hittil har vi sett på krefter i situasjoner der farten ikke forandrer seg, og vi har sett på hvordan krefter opptrer i kraft-motkraft-par. Nå retter vi blikket mot de situasjonene som oppstår når farten forandrer seg, altså når gjenstanden vi ser på akselererer. I aktiviteten ovenfor merket du sikkert at flaska ble tyngre, og du måtte anstrenge deg mer for å kaste den like høyt. Når flaska kom like høyt, betyr det at den hadde samme startfart. Dersom du kastet helt likt som med tom flaske, fikk den også samme akselerasjon. *Massen* var det som gjorde at du måtte bruke større krefter.

Tilvurdering

VIKTIG!

Newtons 2. lov

Summen av kreftene som virker på en gjenstand, er lik massen ganget med akselerasjonen,

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

Akselerasjonen skjer i samme retning som summen av kreftene.

EKSEMPEL 16 **Bruk av Newtons 2. lov**

En fallskjermhopper med masse 88 kg akselererer ved et tidspunkt med akselerasjonen 4,0 m/s^2.

a Hvor stor er summen av kreftene som virker på fallskjermhopperen?

Ved et seinere tidspunkt er akselerasjonen 1,0 m/s^2.

b Hvor stor er luftmotstanden som virker på fallskjermhopperen?

Løsning:

a Vi bruker Newtons 2. lov:

$$\Sigma F = ma = 88\text{ kg} \cdot 4{,}0\text{ m/s}^2 = 352\text{ N} \approx 0{,}35\text{ kN}$$

b Fallskjermhopperen er påvirket av gravitasjonskraften og luftmotstanden. Vi velger positiv retning nedover:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= ma \\ G - L &= ma \\ L &= G - ma = mg - ma = m(g - a) \\ &= 88\text{ kg} \cdot \left(9{,}81\text{ m/s}^2 - 1{,}0\text{ m/s}^2\right) = 775\text{ N} \approx 0{,}78\text{ kN} \end{aligned}$$

2.20

En motorsyklist akselererer med akselerasjonen 3,0 m/s^2. Totalt har motorsykkelen og føreren massen 271 kg.

a Hvor stor er summen av kreftene som virker på motorsykkelen med fører?

Motorsyklisten nærmer seg rødt lys og bremser ved et tidspunkt med akselerasjonen 1,8 m/s^2. Luftmotstanden akkurat da er på 105 N.

b Hvor stor er bremsekraften?

Til vurdering

Masse er treghet

Newtons 1. lov handler om tilfeller der farten ikke forandrer seg, altså når en gjenstand er i ro eller beveger seg med konstant fart. Da er $\Sigma F = 0$. Hvis summen av kreftene er forskjellig fra null, er gjenstanden akselerert. Akselerasjonen avhenger av gjenstandens masse. Jo mindre masse, desto større akselerasjon. I delkapitlet om Newtons 3. lov nevnte vi at det er gjenstanden med minst masse som får størst akselerasjon for et kraft-motkraft-par. Det kan vi også se hvis vi snur på Newtons 2. lov:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$$

I mekanikken har alle gjenstander med masse en egenskap som vi kaller *treghet*. En større masse gjør at det må større krefter til for å endre farten like mye. Gjenstanden er *tregere* enn en gjenstand med mindre masse. Dette er grunnen til at astronauter som jobber på utsiden av den internasjonale romstasjonen, ikke risikerer å dytte vekk romstasjonen. Den er for treg til å bli påvirket av en liten astronaut.

Kraftenheten newton

Med Newtons 2. lov i verktøykassa kan vi se på hva enheten newton egentlig er. Loven er $\Sigma F = ma$, som med enheter gir oss at

$$\mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s^2} = \mathrm{kg\ m/s^2}$$

Dette kan det være nyttig å kjenne til dersom du er usikker på hvilke enheter det skal være i en utregning. Sammenhengen ovenfor sier likevel ikke noe om hvordan en kraft på 1,0 N oppleves. Hjemme eller i fysikklaboratoriet har du sikkert en vekt. Fra formelen for gravitasjonskraft kan vi regne ut at 1,0 N omtrent svarer til gravitasjonskraften på en masse på 100 gram. Hvis du finner noe i huset som veier omtrent hundre gram, og holder det i hånda, vil du kjenne at gjenstanden dytter i hånda med ca. 1,0 N. Du kan også presse med fingrene dine på vekta til den viser ca. 100 g. Det svarer til en kraft på ca. 1,0 N.

Til vurdering

EKSEMPEL 17 Kraft som virker på en gjenstand som akselererer

En Tesla Model S kan akselerere fra 0 til 100 km/h på 2,7 sekunder.

a Hvor stor er summen av kreftene som virker på en passasjer med masse 83 kg?

Idet bilen har nådd 100 km/h, bremser den tilbake til 0 km/h på 100 m.

b Hvor stor er den sammenlagte massen av bil og passasjer når den totale bremsekraften er 8,08 kN?

Løsning:

a Vi kjenner massen, men trenger akselerasjonen. Vi begynner med å regne om sluttfarten til m/s:

$$v = \frac{100}{3{,}6}\ \text{m/s} = 27{,}778\ \text{m/s}$$

Så regner vi ut akselerasjonen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}778\ \text{m/s}}{2{,}7\ \text{s}} = 10{,}288\ \text{m/s}^2$$

Summen av kreftene som virker på personen i bilen, er dermed

$$\Sigma F = ma = 83\ \text{kg} \cdot 10{,}288\ \text{m/s}^2 = 854\ \text{N} \approx 0{,}85\ \text{kN}$$

b Her kjenner vi ikke tiden. Men vi kan finne akselerasjonen ut fra en av bevegelseslikningene fra forrige kapittel:

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

v = 0

$$a = -\frac{v_0^2}{2s} = -\frac{(27{,}778\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 100\ \text{m}} = -3{,}858\ \text{m/s}^2$$

Så bruker vi Newtons 2. lov:

$$\Sigma F = ma$$

$$m = \frac{\Sigma F}{a} = \frac{8{,}08 \cdot 10^3\ \text{N}}{3{,}858\ \text{m/s}^2} = 2094\ \text{kg} \approx 2{,}09\ \text{tonn}$$

I den siste utregningen tok vi ikke med det negative fortegnet til akselerasjonen, siden vi ikke trenger retningen for å finne massen.

Til vurdering

2.21

Passasjerflyet Airbus A380 trenger en fart på omtrent 300 km/h for å lette, og en strekning på 2900 meter for å oppnå denne farten dersom flyets masse er 480 tonn. Hvor stor kraftsum trengs for å gjennomføre «take off»?

EKSEMPEL 18 Heistur

Nora står i en heis som er på vei oppover. Massen hennes er 65 kg.

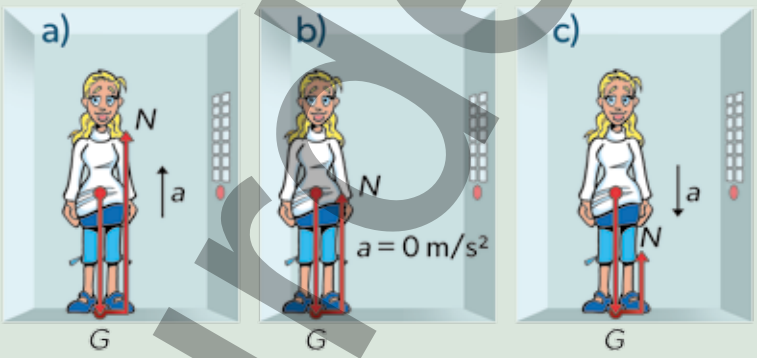
Tegn og regn ut kreftene som virker på henne idet

a heisen beveger seg oppover med akselerasjonen 0,80 m/s^2

b heisen beveger seg med konstant fart oppover

c heisen bremser øverst med akselerasjonen –1,2 m/s^2

Løsning:



Vi begynner med å regne ut tyngden til Nora, siden den er uavhengig av hvordan heisen beveger seg:

$$G = mg = 65\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 638\ \text{N} \approx 0{,}64\ \text{kN}$$

a Fra oppgaven har vi at positiv retning er oppover:

$$\Sigma F = ma$$
$$N - G = ma$$
$$N = ma + G = 65\ \text{kg} \cdot 0{,}80\ \text{m/s}^2 + 638\ \text{N} = 690\ \text{N} \approx 0{,}69\ \text{kN}$$

b Hvis heisen beveger seg med konstant fart, er det ingen akselerasjon, og $\Sigma F = 0$. Altså gjelder Newtons 1. lov. Da er normalkraften lik tyngden, $N = G = 0{,}64$ kN.

c Utregningen i dette tilfellet blir akkurat som i oppgave a, bare med en annen verdi for akselerasjonen:

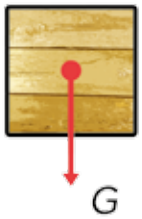
$$N = ma + G = 65\ \text{kg} \cdot (-1{,}2\ \text{m/s}^2) + 638\ \text{N} = 560\ \text{N} \approx 0{,}56\ \text{kN}$$

Til vurdering

2.22

På neste tur i samme heis tar Nora med seg en kraftmåler og et lodd på 250 g. Hun henger loddet i kraftmåleren og starter heisturen. Hva vil kraftmåleren vise i de tre tilfellene?

Fritt fall



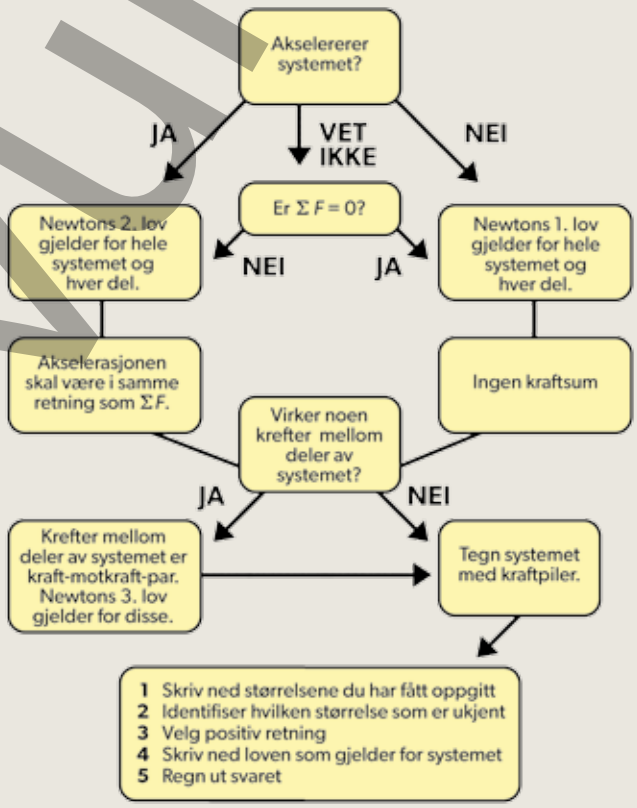
En gjenstand *faller fritt* hvis det bare er gravitasjonskraften som påvirker den. Da ser vi bort fra luftmotstand og friksjon. Tidligere har du lært at ved fritt fall er akselerasjonen lik tyngdeakselerasjonen, med retning mot bakken. Med Newtons 2. lov kan vi vise at dette stemmer:

$$\Sigma F = ma$$
$$G = ma$$
$$mg = ma$$
$$a = g$$

TENK SOM EN FYSIKER

Sammensatte systemer

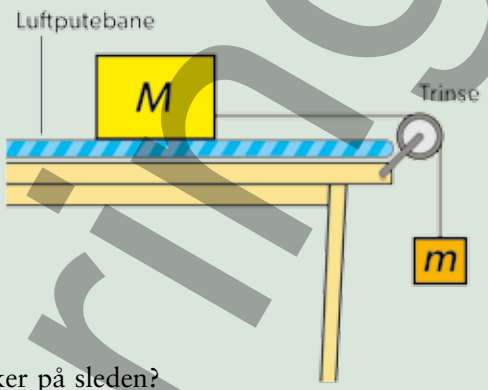
I møte med sammensatte oppgaver er det lurt å ha en strukturert tankegang for raskt å få overblikk. Tankekartet viser hvordan en fysiker ville ha angrepet situasjonen.



Til vurdering

EKSEMPEL 19 Luftputebane med lodd

Vi skal studere en slede, først på en luftputebane uten friksjon, og deretter på et bord med friksjon. Sleden er bundet til et lodd med en snor som går over en trinse, slik figuren viser.



Sleden har massen $M = 0{,}500$ kg, og loddet har massen $m = 0{,}020$ kg.

a Hvor stor er akselerasjonen?

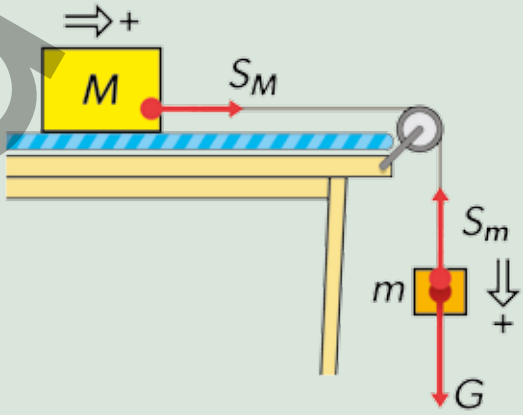
b Hvor stor er snorkraften som virker på sleden?

Vi fjerner luftputebanen og lar sleden gli mot bordet i stedet. Friksjonstallet er 0,4.

c Hva må massen av loddet være for at sleden skal gli med konstant fart?

Løsning:

Vi starter med å tegne kreftene som virker langs snora. Normalkraften og gravitasjonskraften på sleden kan vi se bort fra, siden de ikke påvirker bevegelsen.



a Vi starter med å skrive kraftsummen for begge gjenstandene:

$$\Sigma F_M = Ma \qquad \Sigma F_m = ma$$
$$S = Ma \qquad G - S = ma$$

Siden sleden og loddet er bundet til hverandre, opplever de samme akselerasjon. Vi kan bruke uttrykket for S til å sette inn for snorkraften som virker på loddet:

$$G - S = ma$$
$$G = ma + S$$
$$G = ma + Ma \qquad \text{Setter inn } S = Ma$$
$$G = (m + M)a \qquad \text{Deler på } m + M \text{ på begge sider}$$
$$a = \frac{G}{m + M} = \frac{mg}{m + M}$$
$$a = \frac{0{,}020 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2}{0{,}520 \text{ kg}} = 0{,}377 \text{ m/s}^2 \approx 0{,}38 \text{ m/s}^2$$

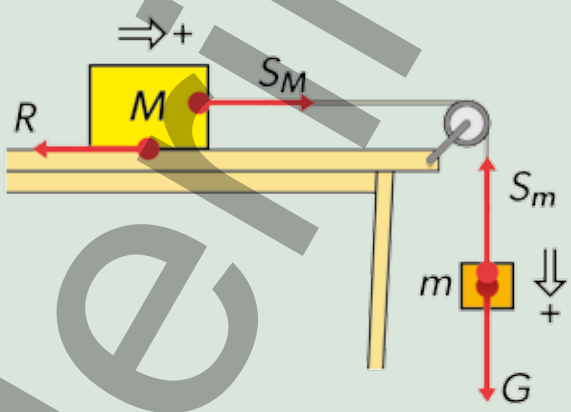
Til vurdering

EKSEMPEL 19 FORTS.

b På sleden er det bare snorkraften $\vec{S}_M$ som virker i bevegelsesretningen. Siden vi nå kjenner akselerasjonen, er det enkelt å finne snorkraften:

$$\Sigma F = Ma$$
$$S_M = Ma = 0{,}500\ \text{kg} \cdot 0{,}377\ \text{m/s}^2 = 0{,}19\ \text{N}$$

c Friksjonen virker på sleden i motsatt retning av bevegelsesretningen. Hvis farten skal være konstant, gjelder Newtons 1. lov:



$$\Sigma F_M = 0 \qquad \Sigma F_m = 0$$
$$S - R = 0 \qquad G - S = 0$$
$$S = R \qquad G = S$$

Her må vi passe på at tyngdekraften virker på loddet med masse m, mens friksjonen virker på sleden med masse M. Vi kombinerer resultatene ovenfor og får

$$S = R$$
$$G = R$$
$$mg = \mu N = \mu Mg$$
$$m = \mu M = 0{,}4 \cdot 0{,}500\ \text{kg} = 0{,}2\ \text{kg}$$

2.23

Vi bytter ut massene av loddet og sleden i eksemplet ovenfor slik at sleden på bordet nå har massen 0,200 kg og loddet som henger ned har massen 0,500 kg. Vi ser bort fra friksjon.

a Hva blir akselerasjonen til gjenstandene i dette tilfellet?

Vi introduserer friksjon fra underlaget.

b Hva må friksjonstallet mellom sleden og underlaget være for at sleden skal bevege seg med konstant fart?

Tilvurdering

2F Når kreftene ikke er konstante

Programmering lar oss takle virkeligheten

Alt du har lært om fram til nå, har handlet om konstante krefter, slik som gravitasjonskrefter, normalkrefter, skyvekrefter og friksjon. I kapittel 2C introduserte vi luftmotstand med formelen $L = kv^2$. Så langt har vi bare sett på spesielle tidspunkter der farten har vært konstant eller akselerasjonen har hatt en bestemt verdi. Problemstillingene har aldri handlet om krefter som blir gradvis svakere eller sterkere etter hvert som tiden går, bare om konkrete tidspunkter der det har vært mulig å regne ut de størrelsene vi er interessert i. Grunnen til at vi ikke har vært mer opptatt av variable krefter, er at det krever mer komplisert matematikk å løse slike problemstillinger. Ved hjelp av programmering kan vi i stedet få en datamaskin til å gjøre jobben for oss. I forrige kapittel jobbet du med kode som beregnet og viste fartsgrafen og posisjonsgrafen til en bevegelse med varierende akselerasjon. I dette kapitlet tar vi utgangspunkt i den samme koden, men vi legger til informasjon som har med krefter å gjøre.

Tilvurdering

Å programmere konstante krefter

Overgangen til krefter er ikke stor. Den største forskjellen er at vi har flere konstanter å forholde oss til og derfor må være mer strukturerte i starten. Vi legger derfor til denne strukturen øverst i koden:

```
from pylab import *

# Informasjon om konstanter, krefter og gjenstanden
m = …          # massen av gjenstanden, kg
g = …          # tyngdeakselerasjon, m/s^2
.
.
.
sum_F = …      # kraftsum, N
a = sum_F/m    # akselerasjon, m/s^2
```

I den øverste delen skal alle tall, som masse, tyngdeakselerasjon, luftmotstandstall, friksjonstall og liknende, defineres. Videre regner vi ut ΣF og bruker at $a = \Sigma F / m$ for å finne akselerasjonen. Når det er gjort, er resten av koden den samme som i kapittel 1. Du skal nå få se et eksempel på hvordan vi koder posisjonsgrafen til en gjenstand med masse $m = 5{,}0$ kg i fritt fall i de ti første sekundene. Koden likner veldig på koden i forrige kapittel, men vi har med linjene som har med krefter å gjøre i starten.

```
from pylab import *

# Informasjon om konstanter, krefter og gjenstanden
m = 5.0        # massen av gjenstanden, kg
g = 9.81       # tyngdeakselerasjon, m/s^2

sum_F = m*g    # kraftsum, N
a = sum_F/m    # akselerasjon, m/s^2

# Startverdier for bevegelsen
s = 0  # startposisjon, m
v = 0  # startfart, m/s
t = 0  # starttid, s

# Simuleringsteknisk
t_slutt = 10      # sluttid for simulering, s
dt = 0.01         # lengde på tidssteg, s
s_verdier = [s]   # liste for lagring av posisjon
v_verdier = [v]   # liste for lagring av fart
t_verdier = [t]   # liste for lagring av tid

⋮
```

Tilvurdering

KODE FORTS.

```
22  # Løkke som beregner ny fart, posisjon og tid
23  while t < t_slutt:  # så lenge det ikke har gått 10 sekunder
24    v = v + a*dt    # regner ut ny v og overskriver gammel
25    s = s + v*dt    # regner ut ny s og overskriver gammel
26    t = t + dt      # regner ut ny t og overskriver gammel
27
28    t_verdier.append(t) # legger til ny t-verdi i listen for t
29    v_verdier.append(v) # legger til ny v-verdi i listen for v
30    s_verdier.append(s) # legger til ny s-verdi i listen for s
31
32  # Tegning av graf
33  plot(t_verdier, s_verdier)                # lager grafen
34  title("Strekning som funksjon av tid")  # tittel på grafen
35  xlabel("$t$ / s")                         # x-akse-tittel
36  ylabel("$s$ / m")                         # y-akse-tittel
37  grid()                                    # viser rutenett
38  show()                                    # viser grafen
```

I alle eksemplene nedenfor er det vist til linjer i denne koden.

EKSEMPEL 20

Posisjonsgraf for glidning med friksjon

Tegn posisjonsgrafen for hele bevegelsen til en trekloss med masse $m = 250$ g som glir med friksjon på et trebord. Startfarten er $v_0 = 2{,}3$ m/s.

Løsning:
Fra tabellen i kapittel 2C vet vi at friksjonstallet for tre mot tre er $\mu = 0{,}3$. I tillegg har vi at $R = \mu N$ og $N = G$, siden klossen ikke beveger seg vertikalt. Vi velger positiv retning i fartsretningen, slik at $\Sigma F = -R$. Vi endrer derfor starten av koden til

```
from pylab import *

# Informasjon om konstanter, krefter og gjenstanden
m = 0.250  # massen av gjenstanden, kg
g = 9.81   # tyngdeakselerasjon, m/s^2
mu = 0.3   # friksjonstall
G = m*g    # gravitasjonskraft, N
N = G      # normalkraft, N
R = mu*N   # friksjonskraft, N

sum_F = -R   # kraftsum, N
a = sum_F/m  # akselerasjon, m/s^2
```

Tilvurdering

EKSEMPEL 20 FORTS.

Oppgaven spør oss om å tegne posisjonsgrafen for hele bevegelsen, altså så lenge klossen beveger seg. For å få koden til å iterere riktig antall ganger, må betingelsen for **while**-løkka endres. Med utgangspunkt i koden ovenfor eksemplet, endrer vi derfor linje 16 til

```
v_slutt = 0
```

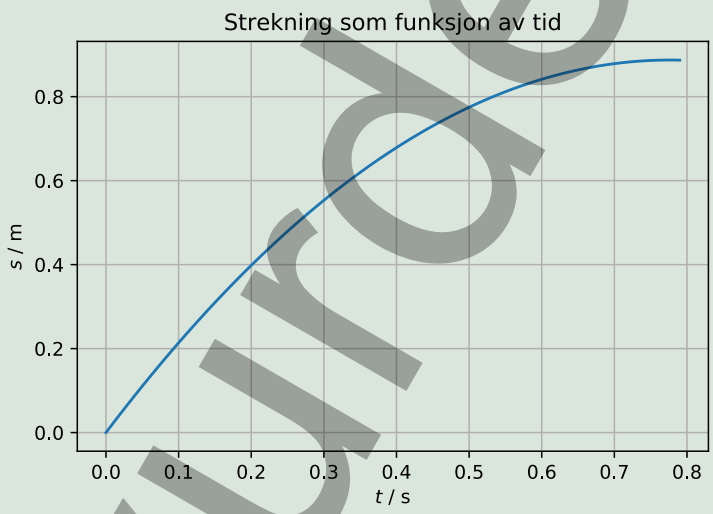
og betingelsen for løkka i linje 23 til

```
while v > v_slutt:
```

Til slutt setter vi startfarten i linje 12 til

```
v = 2.3
```

Koden lager denne posisjonsgrafen:



2.24

a Legg til linja **print("Sluttposisjon:", s, "m")** til slutt i koden. Hvor langt fra origo havnet klossen?

b Prøv deg fram og finn ut hvilken startfart som gjør at klossen stopper etter 1,5 m.

c Regn ut startfarten for hånd for å sjekke om programmet gir riktig resultat i oppgave b.

d Gjør om programmet til å vise bevegelsen for de første fire sekundene med startfart $v_0 = 4{,}1$ m/s. Hva viser grafen, og hvordan tolker du resultatet?

2.25

Hvor lang tid tar det før klossen stopper i eksempel 20?

Tilvurdering

Fra konstante til variable krefter

Hvordan koden beregner fart og posisjon i løkka, er uavhengig av om kraftsummen er konstant eller ikke. For å håndtere varierende krefter trenger vi derfor bare å forandre hvordan kraftsummen og akselerasjonen regnes ut. En varierende kraft avhenger ofte av størrelser som fart og masse, eller av andre størrelser som kan endre seg med tiden. Vi legger derfor beregningen av kraftsum og akselerasjon inn i en funksjon, som seinere kan brukes i **`while`**-løkka der størrelsene forandrer seg for hvert tidssteg. I koden der **`sum_F`** og **`a = sum_F/m`** ble beregnet, setter vi i stedet inn denne funksjonen:

```
def a(…):       # funksjon for akselerasjon
  sum_F = …     # beregner kraftsum
  aks = …       # beregner akselerasjon
  return aks    # funksjonen returnerer akselerasjonen
```

I funksjonen ovenfor er det viktig at **`a(…)`** gjøres om til for eksempel **`a(v)`** dersom kreftene avhenger av farten, til **`a(s)`** dersom kreftene avhenger av posisjonen, eller til **`a(s, v)`** dersom kreftene avhenger av både posisjon og fart. I tillegg må vi endre linje 24 slik at det står **`a(…)`** (med riktige variabler i stedet for bare **`a`**. Vi skal nå se på noen eksempler på variable krefter som vi kan simulere i Python.

EKSEMPEL 21 **Fall med luftmotstand**

En fallskjermhopper hopper ut fra et fly med startfart $v_0 = 0$ m/s. Luftmotstandstallet er $k = 0{,}32$ kg/m, og hopperens masse er 79 kg.

a Tegn posisjonen som funksjon av tiden for de første ti sekundene.

b Hvor lang tid tar det før fallskjermhopperen har falt 50 m?

c Gjør om programmet til å vise fartsgrafen. Hvor lang tid tar det før fallskjermhopperen når terminalfarten? Hvor stor er terminalfarten?

Tilvurdering

EKSEMPEL 21 FORTS. *Løsning:*

a Vi velger positiv retning nedover. Da er $\Sigma F = G - L = mg - kv^2$.
Øverst i programmet legger vi til denne koden:

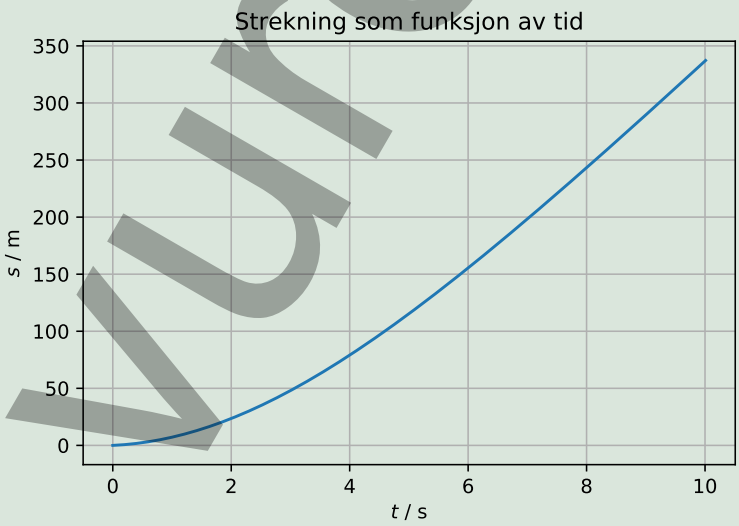
```
# Informasjon om konstanter, konstante krefter og gjenstanden
m = 79      # massen av gjenstanden, kg
g = 9.81    # tyngdeakselerasjon, m/s^2
k = 0.32    # luftmotstandstall, kg/m
G = m*g     # gravitasjonskraft, N

def a(v):         # akselerasjonen er en funksjon av farten
  L = k*v**2      # luftmotstand, N
  sum_F = G - L   # kraftsum, N
  aks = sum_F/m   # akselerasjon, m/s^2
  return aks
```

I tillegg gjør vi om linje 24 til:

```
v = v + a(v)*dt
```

Posisjonsgrafen blir:



b Her kan vi løse problemet ved å kreve at koden stopper etter at fallskjermhopperen har falt 50 m, for så å hente ut den siste tidsverdien. Vi endrer derfor kravet i løkka i linje 23 til

```
while s < s_slutt:
```

og sluttverdien i linje 16 til

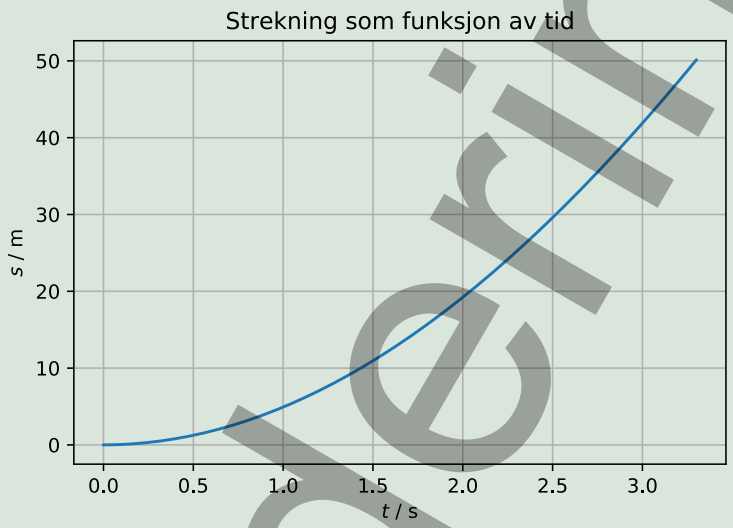
```
s_slutt = 50
```

Til vurdering

EKSEMPEL 21 FORTS.

For å hente ut den siste tidsverdien legger vi til denne linja til slutt:
`print("Sluttid:", t, "s")`

Koden gir oss



Sammen med utskriften
`Sluttid: 3.2999999999999736 s`

Det tar altså 3,3 s før fallskjermhopperen har falt 50 m.

c For at hopperen skal ha terminalfart, må akselerasjonen være tilnærmet 0. På datamaskinen kan vi dessverre ikke velge 0, men vi kan velge en svært liten verdi. For løsningen her velger vi å gjøre om linje 16 til
`a_slutt = 0.1`

Vi ønsker altså å avslutte simuleringen hvis akselerasjonen går under 0,1 m/s^2. Da endres kravet for løkka i linje 23 til
`while a(v) > a_slutt:`

Til slutt skal vi få fram fartsgrafen og terminalfarten. Vi endrer alt fra og med linje 32 til

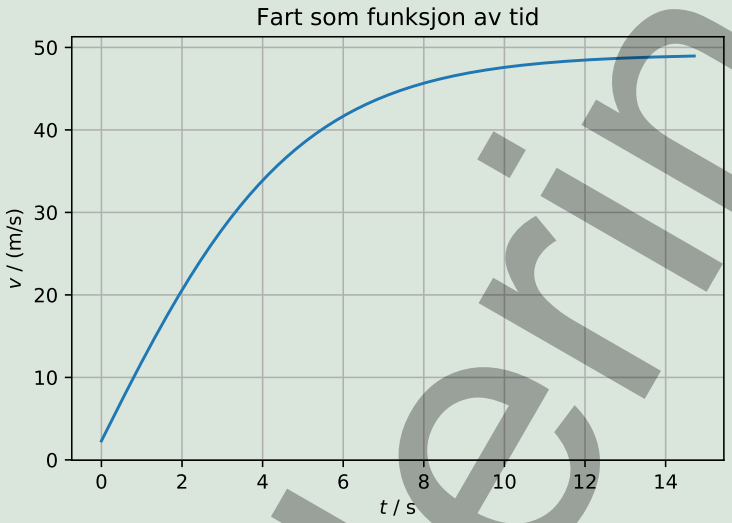
```
# Tegning av graf
plot(t_verdier, v_verdier)          # lager grafen
title("Fart som funksjon av tid")   # tittel på grafen
xlabel("$t$ / s")                   # x-akse-tittel
ylabel("$v$ / (m/s)")               # y-akse-tittel
grid()                              # legger til rutenett
show()                              # viser grafen

print("Sluttfart:", v, "m/s")       # utskrift sluttfart
print("Sluttid:", t, "s")           # utskrift sluttid
```

Tilvurdering

EKSEMPEL 21 FORTS.

Koden produserer da denne grafen:



Sammen med utskriftene

```
Sluttfart: 48.96133143705066 m/s
Sluttid: 14.949999999999726 s
```

Altså er terminalfarten ca. 49 m/s og inntreffer etter ca. 15 sekunder.

2.26

a Øk massen av fallskjermhopperen til 85 kg. Gjenta eksemplet. Hvordan påvirker den økte massen bevegelsen?

b Terminalfarten til en fallskjermhopper er rundt 200 km/h. Hvor stor masse må personen som hopper ha i koden ovenfor for å nå denne farten? (Prøv deg fram.)

2.27

Bruk $m = 10{,}0$ kg og $k = 0{,}10$ kg/m. Gjør om programmet ovenfor slik at simuleringen stopper etter at gjenstanden har falt 100 m. Hvor lang tid tok det?

Til vurdering

SAMMENDRAG

Kraftvirkning

1 En kraft virker alltid mellom to gjenstander, og alltid fra den ene gjenstanden på den andre.
2 En kraft kan endre farten til gjenstanden den virker på.
3 En kraft kan endre formen til en gjenstand.

Enheten for kraft er newton, N.

Summen av krefter $\Sigma\vec{F}$ er vektorsummen av kreftene som virker. Størrelsen ΣF finner vi ved å legge sammen alle kreftene som virker i positiv retning, og trekke fra alle kreftene som virker i negativ retning.

Newtons 1. lov

Hvis summen av alle kreftene som virker på en gjenstand er null, er gjenstanden i ro eller beveger seg langs en rett linje med konstant fart.

Hvis en gjenstand er i ro eller beveger seg langs en rett linje med konstant fart, er summen av alle kreftene som virker på gjenstanden, lik null.

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow v = \text{konstant og rettlinjet}$$

Newtons 2. lov

Summen av kreftene som virker på en gjenstand, er lik massen ganget med akselerasjonen,

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

Akselerasjonen skjer i samme retning som summen av kreftene.

Newtons 3. lov

Når en gjenstand A virker på en gjenstand B med en kraft F, virker det en like stor og motsatt rettet kraft F^* fra gjenstand B på gjenstand A. Denne kraften kaller vi motkraften til F. For størrelsene gjelder

$$F^* = F$$

F^* og F er samme type krefter.

Informasjon om typiske krefter

Gravitasjonskraft: $G = mg$. Gravitasjonskraften på en gjenstand og dens tyngde er den samme.

Normalkraft: N. Virker vinkelrett fra underlaget gjenstanden presser mot og på gjenstanden.

Luftmotstand: $L = kv^2$. Luftmotstandstallet k avhenger av gjenstandens form.

Oppdrift: $B = \rho_f Vg$, der ρ_f er tettheten av omgivelsene og V er volumet av gjenstanden.

Friksjon: $R = \mu N$. Formelen gjelder kun for glidefriksjon der μ er friksjonstallet.

Snorkraft: S. Snorkraften er lik i begge ender hvis vi antar at snoren er stram og masseløs.

Til vurdering

OPPGAVER

2A Krefter

2.28

Gi eksempler på størrelser i fysikk som er vektorer, og eksempler på størrelser som er skalarer.

2.29

a Krefter kan ha to ulike virkninger på en gjenstand. Hvilke? Du kan lett demonstrere disse virkningene med svampen i auditoriet. Hvordan?

b Du sparker til en fotball. Da virker det en kraft på fotballen. Hva er virkningene av denne kraften?

c Når to biler kolliderer, får vi se to av de virkningene en kraft kan ha. Forklar. Finn selv flere eksempler fra dagliglivet som viser de to måtene en kraft kan virke på. Er det flere måter?

2.30

Hvilke krefter – tenk på både fjernkrefter og kontaktkrefter – virker på kroppen din når du

a står i ro
b sitter på en stol
c går
d sykler
e stuper
f svømmer

2.31

a Hvordan tegnes krefter i fysikkfaget?

b Tegn kreftene som virker på et lodd som er festet i en snor som er festet i taket.

c Tegn kreftene som virker på en fotball som fyker gjennom lufta.

d Tegn kreftene som virker på en bil som bråbremser. Ta med hva i omgivelsene kreftene virker fra.

e Avgjør hva som er kontaktkrefter, og hva som er fjernkrefter, i situasjonene ovenfor.

2.32

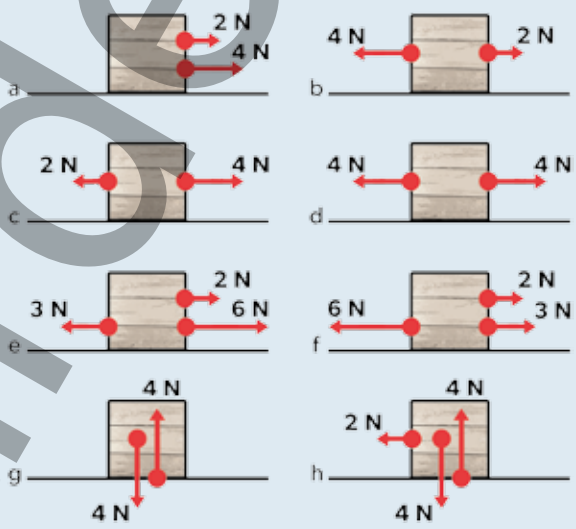
a En stein med masse 0,51 kg faller fritt. Hvor stor tyngde har steinen?

b Etter fallet blir steinen liggende i ro på bakken. Hvor stor er tyngden nå?

c Tegn figurer som viser kreftene som virker på steinen når den faller fritt, og når den ligger i ro.

2.33

Regn ut størrelse og retning for summen av kreftene i hvert tilfelle.



2.34

Vi trekker en kloss bortover et vannrett bord. Trekkraften er 1,80 N. Klossen har tyngden 5,0 N.

a På klossen virker det i tillegg en loddrett kraft oppover og en vannrett kraft bakover. Hva slags krefter kan det være?

b Regn ut hvor store de ukjente kreftene er når du får vite at kraftsummen av de loddrette kreftene er null, og at kraftsummen av de vannrette kreftene er 0,30 N i fartsretningen.

Tilvurdering

2B Newtons 1. lov

2.35
Forklar innholdet i Newtons 1. lov og kom med eksempler på anvendelser av loven.

2.36
Summen av alle kreftene som virker på en vogn, er lik null. Hvordan går det med vogna hvis den
- a er i ro?
- b er i bevegelse?

2.37
Tegn en figur som viser kreftene som virker på
- a en bok som ligger i ro på et vannrett bord
- b en ishockeypuck som glir bortover isen med konstant fart
- c en regndråpe som faller med konstant fart
- d en motorbåt som holder konstant fart

2.38
Martin sitter på ryggen til Elias. Elias står i ro på gulvet.
- a Tegn kreftene som virker på Elias.

Du bærer en stabel med bøker i armene mens du går med konstant fart bortover en korridor.
- b Tegn kreftene som virker på stabelen med bøker.

2.39
- a En person kjører bil uten å bruke setebelte. Hva kan skje med personen når bilen bråbremser?
- b En passasjer sitter på lasteplanet til en bil. Hva skjer med passasjeren hvis bilen bråbremser?

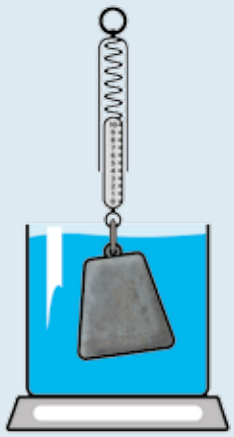
2.40
I et forsøk trekkes en kloss med konstant fart langs et horisontalt bord med en kraft på 3,0 N. Klossen har en tyngde på 2,3 N.
- a Hvilke krefter virker på klossen?
- b Hvor store er kreftene som virker på klossen?

2.41
To like klosser er festet til hverandre med en snor. En fysikkstudent skyver den fremste klossen med kraften $F = 6{,}0$ N. Klossene beveger seg da med konstant fart.
- a Hvor stor er snorkraften som virker på den bakerste klossen?
- b Hvor stor er snorkraften som virker på den fremste klossen?
- c Hvor stor er friksjonskraften som virker på hver av klossene?

2.42
Forklar hvorfor olje flyter på vann.

2.43
«Harmony of the Seas» er et stort cruiseskip som kan veie maksimalt 20 236 tonn.
- a Tegn kreftene som virker på skipet når det flyter i ro.
- b Hva må volumet av skipet minst være for at det skal flyte?

2.44
Et lodd med volum $V = 4{,}0\ \text{cm}^3$ henger i en snor som er festet i en kraftmåler. Kraftmåleren registrerer 5,0 N. Loddet senkes så ned i en væske og holdes i ro. Kraftmåleren viser nå 4,7 N. Hva er tettheten til væsken?



Tilvurdering

2C Friksjon og luftmotstand

2.45

a En gjenstand som faller gjennom lufta, får etter hvert konstant fart. Hva er grunnen til det?

b Hvor stor er luftmotstanden som virker på en gjenstand med masse 1,2 kg som faller med konstant fart?

2.46

En kloss trekkes med konstant fart langs en bordflate av en kraft $S = 1{,}3$ N.

a Hvor stor er friksjonskraften?

b Regn ut massen av klossen når du får vite at friksjonstallet er $\mu = 0{,}67$.

2.47

Sadia dytter en eske med masse 15,3 kg med en horisontal kraft på 128 N uten at esken glir langs gulvet den står på.

a Hva kaller vi kraften som gjør at esken ikke glir?

b Vi tenker oss at vi kan bruke $R = \mu N$ selv om esken er i ro. Hvor stort er friksjonstallet i dette tilfellet?

c Dersom Sadia dytter med litt større kraft, begynner esken å gli bortover gulvet. Hva skjer med friksjonstallet akkurat idet esken begynner å gli?

2.48

a Hvorfor er biler blitt stadig mindre kantete med årene?

b Hva kan en fallskjermhopper gjøre for å maksimere terminalfarten?

2.49

Å hoppe i «tandem» er en måte å hoppe i fallskjerm på for folk uten trening i fallskjermhopping. Da hopper to personer sammen, bundet til hverandre. Vi skal se på to personer med massene $m_1 = 87$ kg og $m_2 = 79$ kg.

a Tegn kreftene som virker på personene mens de faller. Se på dem som én gjenstand.

b Vi antar at luftmotstandstallet $k = 0{,}29$ kg/m. Hva blir terminalfarten?

2.50

a Lag et uttrykk for terminalfarten til en gjenstand.

b Hvor mye må vi øke massen av en gjenstand for å doble terminalfarten?

2.51 ♦

Et klassisk eksperiment er å måle terminalfarten til muffinsformer når de slippes fra en høyde og daler mot bakken. En fysikkstudent måler at massen av en muffinsform er 2,5 g, og at den får en terminalfart på 1,6 m/s.

a Hvor stort er luftmotstandstallet k?

b Studenten legger tre like muffinsformer inni hverandre. Hva blir terminalfarten nå?

c Vis at $1{,}6 \text{ m/s} \cdot \sqrt{n}$ er et uttrykk for terminalfarten som funksjon av antall muffinsformer, n.

d En annen måling viser en terminalfart på 3,6 m/s. Hvor mange muffinsformer ble brukt?

2.52 ♦♦

Vis at friksjonstallet er uavhengig av massen av en gjenstand som glir på et horisontalt underlag.

Tilvurdering

2D Newtons 3. lov

2.53

a Et eple henger på en grein. Hvilken kraft, eller hvilke krefter, virker på eplet? Hvilken gjenstand, eller hvilke gjenstander, virker motkreftene på?

b Eplet løsner fra greina og faller mot bakken. Hvilken kraft, eller hvilke krefter, virker på eplet under fallet? Hvilken eller hvilke gjenstander virker motkreftene på?

2.54

En bok ligger i ro på et bord. Boka er påvirket av to krefter.

a Hvilke krefter er det? Tegn figur.

b De to kreftene er like store og motsatt rettet. Hvordan vet vi det? Hvorfor er dette likevel ikke de to kreftene som Newtons 3. lov handler om?

c De to kreftene som virker på boka, har motkrefter som virker på to andre gjenstander. Hvilke to?

2.55

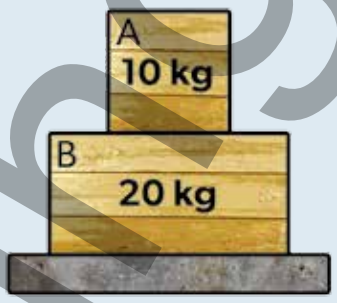
Nora står i mål under en fotballkamp. Idet hun redder et skudd mot mål, virker det en kraft på 1,7 kN fra ballen på hånda hennes. Hvor stor kraft virker fra hånda hennes på ballen idet hun fanger ballen?

2.56

Sadia sier til Knut: «Ifølge Newtons 3. lov kan du umulig greie å skyve i gang bilen, for kraften på deg fra bilen vil hele tiden være like stor som kraften du skyver på bilen med.» Hva bør Knut svare?

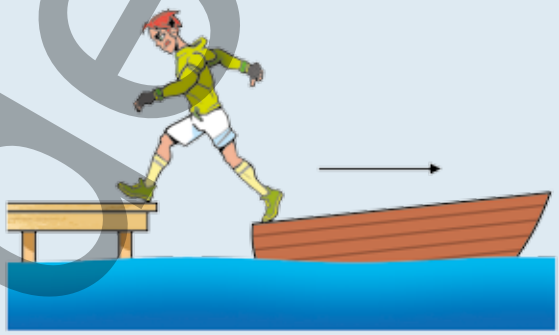
2.57

Klossene på figuren ligger i ro. Hvilke krefter virker på kloss B? Tegn figur som viser disse kreftene. Regn ut hvor store kreftene er.



2.58

Du går i land fra en båt. Da opplever du at båten glir utover. Kan du forklare det?



2.59

Et lodd står på en vekt, og vi leser av massen til 0,400 kg. Vi fester en snor til loddet og drar loddrett oppover i snora slik at vekta viser 0,170 kg.

a Tegn en figur som viser kreftene på loddet når snora er stram. Regn ut hvor store kreftene er.

b Tegn på de tilhørende motkreftene og regn ut størrelsen av disse.

Tilvurdering

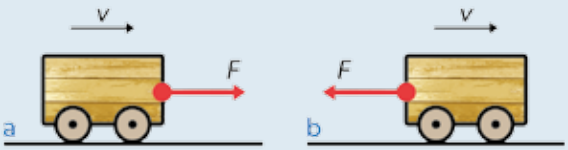
2E Newtons 2. lov

2.60

En vogn beveger seg med konstant fart. Så begynner en kraft å virke på vogna. Hvordan går det med vogna hvis kraften virker

a framover, *i* fartsretningen?

b bakover, *mot* fartsretningen?



2.61

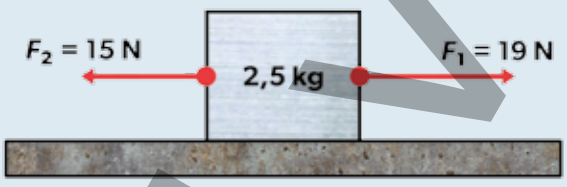
a Sadia har massen 56 kg og en akselerasjon på 3,5 m/s^2 i starten på en 100-meter. Hva blir summen av kreftene som virker på Sadia?

b En fotball på 0,450 kg får et spark slik at summen av kreftene blir 30 N. Hvor stor blir akselerasjonen?

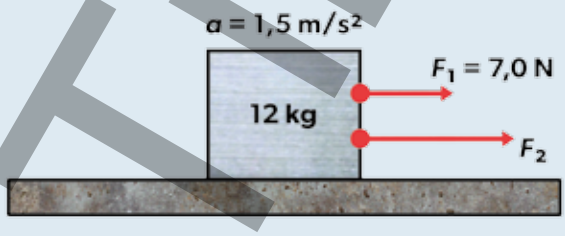
c En lastebil får akselerasjonen 4,2 m/s^2 når summen av kreftene er 50,0 kN. Hvor stor masse har bilen?

2.62

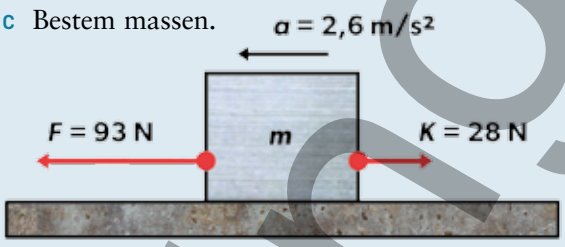
a Bestem akselerasjonen (størrelse og retning).



b Bestem kraftsummen og den ukjente kraften.



c Bestem massen.



2.63

En bil med masse 1230 kg starter fra ro. Summen av kreftene på bilen er 2,1 kN.

a Hvor stor akselerasjon har bilen?

b Hvor stor fart får bilen 5,0 s etter starten?

c Hvor langt har bilen kjørt da?

2.64

En konkurransesyklist nærmer seg mål. I innspurten øker hun farten jevnt fra 16,0 m/s til 19,7 m/s på 3,0 s. Massen av syklist og sykkel er til sammen 78 kg.

a Regn ut akselerasjonen.

b Syklisten trår slik at det virker en trekkraft på 160 N framover. Hvor stor kraft virker bakover?

c Hva slags kraft (krefter) kan det være?

2.65

En bilist som kjører i 70 km/h, oppdager plutselig røyk fra bilmotoren. Han bestemmer seg derfor for å stanse bilen raskest mulig. Bilen med fører og last har massen 1200 kg. Bremsekraften er hele tiden 8,0 kN. Hvor lang tid tar oppbremsingen? Hvor langt kjører bilen i oppbremsingstiden?

2.66

En person med massen 76,5 kg blir heist opp i et helikopter med en vaier. Hvilke krefter virker på personen, og hvor store er disse kreftene

a helt i starten, når akselerasjonen er 1,3 m/s^2 oppover?

b når farten er konstant lik 2,0 m/s?

c helt øverst, der akselerasjonen er 1,3 m/s^2 nedover?

Tilvurdering

2.67

Et romskip blir skutt loddrett oppover fra jordoverflaten med en rakett. En stund er akselerasjonen 5,5 m/s^2. Romskipet og raketten har en samlet masse på 600 tonn. Vi ser bort fra luftmotstand.

a Regn ut skyvekraften som virker på raketten idet den skytes opp.

Inne i romskipet sitter romfareren Romund i et sete. Romund har massen 78 kg.

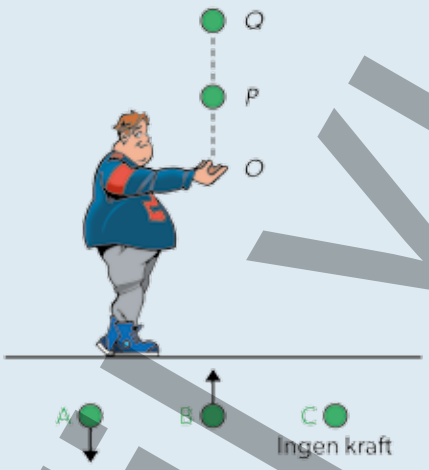
b Hvilke krefter virker på Romund under oppskytningen?

c Hvor stor er hver av disse kreftene?

d Hvordan kan det ha seg at Romund nå føler seg tyngre enn vanlig?

2.68

Knut kaster en stein loddrett oppover. Steinen forlater hånden hans ved *O*, passerer et punkt *P* på vei opp, snur i det høyeste punktet *Q* og passerer punktet *P* på vei ned igjen. Vi ser bort fra luftmotstand. Hvilken av figurene A, B eller C viser best kraften som virker på steinen når den



a passerer *P* på vei oppover?

b er i sitt høyeste punkt *Q*?

c passerer *P* på vei nedover?

2.69

En bil kjører med farten 36 km/h rett inn i en fjellvegg. Føreren har massen 60 kg. Regn ut kraften som virker på føreren, og sammenlikn kraften med tyngden

a hvis føreren hadde sittet uten bilbelte og kommet til ro etter 0,10 s

b hvis føreren hadde brukt bilbelte og kommet til ro etter 0,30 s

2.70

En personbil med masse 1150 kg kan bremse fra 80 km/h til 0 km/h på 29 m.

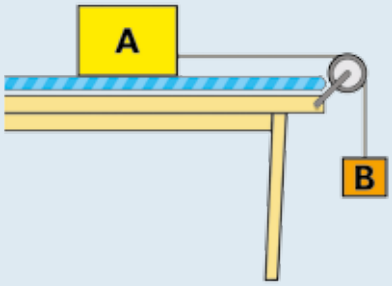
a Regn ut bremsekraften som virker på bilen.

b En annen gang kjører bilen med tilhenger. Tilhengeren er uten bremser og har med last en masse på 400 kg. Regn ut bremselengden (fra 80 km/h til 0 km/h i dette tilfellet også).

c Hvorfor er det en fordel at tilhengere har egne bremser?

2.71

På figuren er A en kloss med masse $m_A = 0{,}50$ kg og B et lodd med masse $m_B = 0{,}30$ kg. Bordet er svært glatt, og snora er svært lett.



a Tegn figur med alle kreftene som virker på klossen og på loddet.

b Forklar tydelig hvordan du vil finne akselerasjonen til klossen. Regn ut akselerasjonen.

c Regn ut snorkraften som virker på klossen og på loddet.

d Vi stanser klossen og holder den i ro. Hvor stor blir snorkraften nå?

Til vurdering

2F Når kreftene ikke er konstante

2.72

En bil med farten $v_0 = 120$ km/h og masse $m = 800$ kg bråbremser på en tørr asfaltert vei.

a Bruk programmering til å finne bremselengden.

b Undersøk om luftmotstand med $k = 0{,}47$ kg/m har noen særlig påvirkning på bremselengden.

2.73

En golfball med masse 46 g som faller har en terminalfart på 32 m/s. Golfballen starter i ro.

a Regn ut for hånd hva luftmotstandstallet k er i dette tilfellet.

b Tegn fartsgrafen for golfballen inntil den får tilnærmet terminalfart.

c Hvor mange meter falt golfballen før den fikk terminalfart?

d Vi tenker oss at vi dobler massen, men ikke størrelsen på golfballen. Hvor mye lenger faller ballen nå før den når terminalfart?

2.74 ♦

Under en rakettoppskytning dytter motorene raketten med en konstant kraft. I prosessen brukes det drivstoff, og raketten mister derfor masse jevnt gjennom hele oppskytningen. Falcon Heavy-raketten til SpaceX har en startmasse $m_0 = 1\ 420\ 788$ kg. Anta at raketten bruker 1450 kg drivstoff per sekund, og at kraften fra rakettmotorene i første fase er totalt 15,2 MN. Se bort fra luftmotstand.

a Hvor stor er farten etter 5,0 s?

b Tegn akselerasjonsgrafen for raketten de første to minuttene.

c Etter 154 s er første fase over. Hvor høyt over bakken har raketten kommet da?

2.75

En alternativ modell for luftmotstand er $L = bv$, hvor b er en konstant. La oss se på en kloss med masse 100 g som sklir bortover på et horisontalt underlag med friksjonstall 0,20. La startfarten være $v_0 = 7{,}0$ m/s, og sett $b = 0{,}090$ kg/s.

a Regn ut bremselengden og tegn posisjonsgrafen med den nye modellen for luftmotstand.

b ♦ Anta at modellen $L = bv$ gjelder kun når farten er 1,0 m/s eller lavere. Lag et program som bruker $L = kv^2$ for $v > 1{,}0$ m/s og $L = bv$ for $v \leq 1{,}0$ m/s. Bruk samme tallverdi for k og b. Hva blir bremselengden nå?

2.76

En fallskjermhopper med masse 95 kg hopper ut fra en høyde $h = 3000$ m over bakken. Når hopperen befinner seg 1000 m over bakken, utløses fallskjermen. Bruk at for fallfasen er $k_1 = 0{,}32$ kg/m, mens for fasen med åpen fallskjerm er $k_2 = 26$ kg/m.

a Lag et program som tegner posisjonsgrafen til fallskjermhopperen før fallskjermen løses ut.

b ♦ Gjør om akselerasjonsfunksjonen slik at dersom det er mindre enn 1000 m igjen av hoppet, så bytter k verdi fordi fallskjermen løses ut. Kjør programmet inntil høyden er 850 m, og tegn fartsgrafen til hopperen. Den nye terminalfarten skal være ca. 6 m/s.

c Hvor lang tid tar hele hoppet?

Tilvurdering

Blandede oppgaver

2.77

Tegn en figur som viser kreftene som virker på

a en isklump som flyter i et glass vann
b en veske som blir båret med konstant fart bortover en gang
c en bærepose som blir båret med konstant fart oppover en bakke
d en pakke som ligger i en bil som setter opp farten
e en pakke som ligger i en bil som setter ned farten

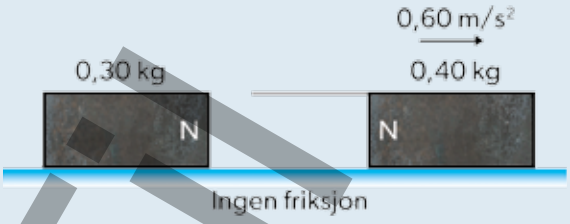
2.78

Bruk Newtons lover og andre fysiske sammenhenger til å svare på denne oppgaven. Hva er det som gjør at

a en kulestøterkule får mindre fart enn en håndball selv om du kaster begge med samme kraft?
b kollisjonsputene i en bil kan redusere personskadene ved en kollisjon?
c møtet med vannflaten er mer smertefullt i et mageplask enn i et vanlig stup?

2.79

To magneter kan gli på et vannrett, glatt underlag. Se figuren. Magnetene frastøter hverandre. Et øyeblikk har den ene magneten akselerasjonen 0,60 m/s^2 mot høyre. Hvor stor akselerasjon har den andre magneten?



2.80

En jente på 42,2 kg skal ta heisen opp i et høyt hus. Finn kreftene som virker på jenta, og tegn figur av kreftene i disse tre situasjonene:

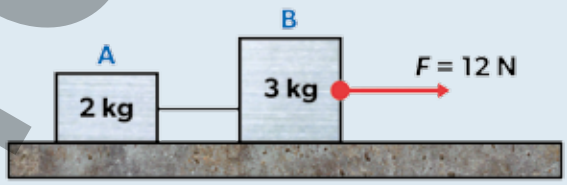
a Heisen starter med akselerasjonen 1,10 m/s^2.
b Heisen går med konstant fart 1,50 m/s.
c Heisen stanser med akselerasjonen –1,10 m/s^2.

Jenta er fysikkinteressert og tar neste gang med seg en badevekt som hun står på mens hun tar heisen opp i huset. Badevekta har pussig nok newtonskala.

d Hva viser badevekta i de tre situasjonene ovenfor?
e Hva ville badevekta ha vist hvis den hadde hatt vanlig kilogramskala?

2.81

To klosser A og B er bundet sammen med en tynn snor. Med en kraft $F = 12$ N drar vi klossene bortover et vannrett, glatt underlag.

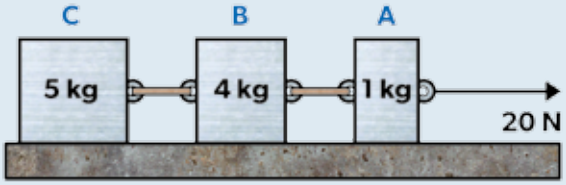


a Tegn figur som viser de vannrette kreftene som virker på hver av klossene. Tegn kreftene som virker på klossene med hver sin farge.
b Regn ut akselerasjonen.
c Regn ut snorkraften.

Tilvurdering

2.82

Klossene beveger seg på et glatt underlag.



a Hvor stor er summen av kreftene som virker på kloss B?

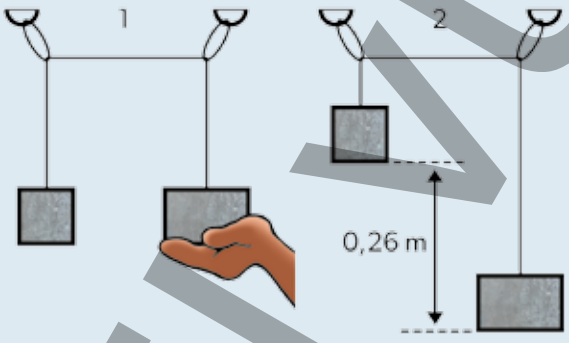
b Hvor stor er hver av de to snorkreftene som virker på kloss B?

Vi bytter underlag til et underlag med friksjontall $\mu = 0{,}153$.

c Gjenta oppgave a og b med friksjon fra underlaget.

2.83 ♦

To lodd med massene 1,0 kg og 1,5 kg er bundet sammen med en tynn tråd som går friksjonsfritt gjennom to faste ringer. Vi holder det tyngste loddet slik at loddene er i ro i samme høyde, se figur 1. Så tar vi bort hånda, og loddene kommer i bevegelse, se figur 2. Hvor stor fart har loddene når det ene loddet er kommet 0,26 m høyere enn det andre?



2.84

En vanlig attraksjon i fornøyelsesparker er et tårn der man blir skutt opp i en gondol og deretter faller ned igjen. For ett bestemt tårn vet vi at gondolens høydeforskjell er 55 m og startakselerasjonen tar passasjerene fra 0 km/h til 75 km/h i løpet av 3,0 s. I denne oppgaven får du bruk for begrepet G-kraft, som handler om forholdet mellom normalkraft og tyngde. Positive G-krefter opplever du når du presses ekstra hardt ned i underlaget.

a Hva er kraftsummen på en person med masse 80 kg de første 3 sekundene?

b En *G*-kraft tilsvarer tyngden av en gjenstand. Hvor mange *G*-krefter påvirker personen i det gondolen skytes oppover?

c På vei nedover opplever passasjeren negative *G*-krefter. Hva ligger i dette begrepet?

d I toppen står vognen stille før passasjerene påvirkes av en kraftsum på –1 *G*. Hvor stor akselerasjon får personen i denne fasen?

2.85 ♦

Fra en høyde 6,00 m over gulvet slipper noen en pakke på 1,3 kg. En mann tar imot pakken med hendene i høyden 1,60 m over gulvet og stanser den 0,30 m over gulvet. Vi regner med at mannen bruker konstant kraft på pakken. Se bort fra luftmotstand.

a Hvor stor fart har pakken når mannen griper den?

b Hvor stor akselerasjon har pakken under nedbremsingen?

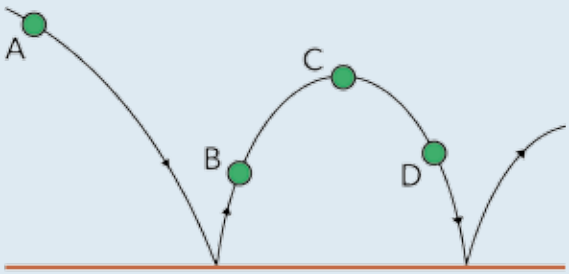
c Hvor stor kraft bruker mannen på pakken under nedbremsingen?

d Bruk programmering til å inkludere luftmotstand med $k = 0{,}24$ kg/m. Endrer resultatet i oppgave a seg merkbart?

Tilvurdering

2.86

En ball blir kastet på et bord slik at den følger den banen som er vist på figuren.

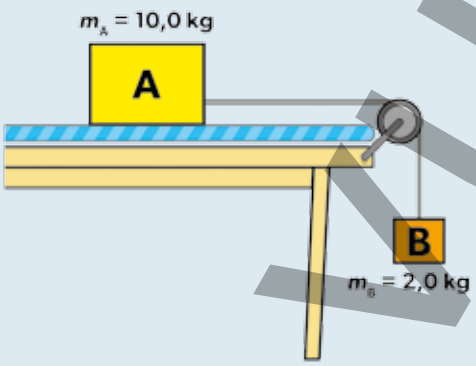


a Tegn inn de kreftene som virker på ballen i posisjonene A, B, C og D. Se bort fra luftmotstanden.

b Inkluder luftmotstanden og gjenta forrige oppgave.

2.87 ♦

Klossene på figuren beveger seg med konstant akselerasjon. Det virker friksjon fra bordet bakover på kloss A. Vi ser bort fra massen av snoren. På de første 0,95 s etter starten fra ro, flytter kloss A seg 0,60 m.



a Finn akselerasjonen.

b Finn snorstramningen.

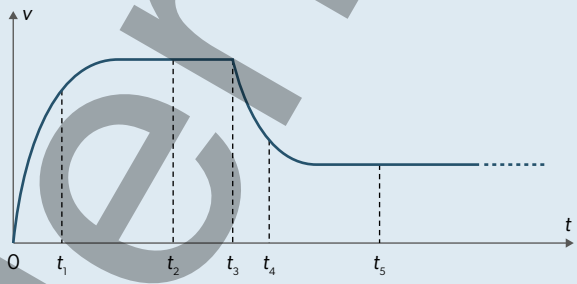
c Finn friksjonskraften på kloss A.

d Hva er friksjonstallet mellom kloss A og bordflaten?

e Vi skifter kloss B ut med en kloss C som har masse 3,0 kg. Finn den akselerasjonen som kloss A får nå.

2.88 ♦

En gjenstand som faller i luft, møter luftmotstand. Luftmotstanden er null når farten er null og øker når farten øker. Vi skal se nærmere på et eksempel på fall med luftmotstand. En fallskjermhopper slipper seg ut fra et fly og lar seg falle en stund før hun åpner fallskjermen. Figuren viser fartsgrafen for fallet. Vi regner med at bevegelsen hele tiden er loddrett.



a Tegn figur som viser kreftene på fallskjermhopperen
1 i startøyeblikket ($t = 0$)
2 ved tidspunktet t_1
3 ved tidspunktet t_2

b Hvordan forklarer du at farten er blitt konstant ved tidspunktet t_2?

c Hva skjer ved tidspunktet t_3? Hvordan forklarer du at farten minker ved tidspunktet t_4?

d Tegn figur som viser kreftene på fallskjermhopperen ved tidspunktet t_5.

e Forklar at luftmotstanden på fallskjermhopperen er like stor ved tidspunktet t_5 som ved tidspunktet t_2. Forklar til slutt hvorfor den konstante farten er mindre ved tidspunktet t_5 enn ved tidspunktet t_2.

Til vurdering

2.89 ♦

En heliumballong med volum 0,0034 m^3 slippes fra bakken. Lufta har massetetthet 1,293 kg/m^3, helium har massetetthet 0,164 kg/m^3 og materialet ballongen består av har masse 3,0 g.

a Tegn alle kreftene som virker på ballongen, og de tilhørende motkreftene i startøyeblikket.

b Hva er akselerasjonen til ballongen i starten?

c Hvorfor vil ballongen etter hvert få konstant fart?

d Etter en stund vil ballongen flyte i ro i lufta langt oppe i atmosfæren. Hva må tettheten til lufta rundt være for at det skjer?

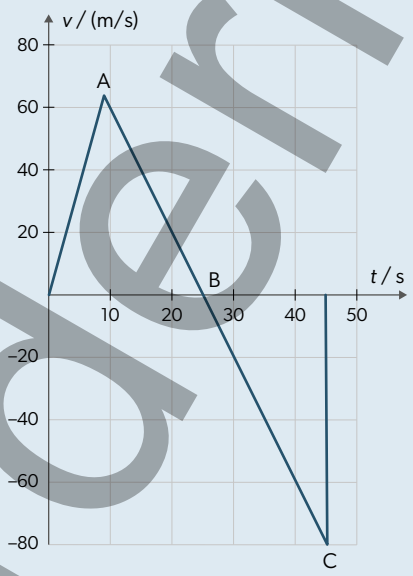
e Lag et program som viser posisjonsgrafen til ballongen som funksjon av tid fram til terminalfart. Hvor lang tid tar det før ballongen har terminalfart oppover? Bruk $k = 0{,}12$ kg/m.

2.90 ♦♦

Odd Bob har et eget fly. En gang skulle han transportere høns fra Tromsø til Svalbard. Han skulle få betalt per høne og ville tjene så mye som mulig. Odd Bob er smart, så han gav en av passasjerene rabatt på reisen mot at hun banket på hønseburene ved starten. Da ville hønene, eller i hvert fall en god del av dem, holde seg på vingene, og flyet ville bli lettere og komme opp i lufta selv med stor overlast, tenkte Odd Bob. For å være på den sikre siden ringte han deg rett før starten. Hva sa du til ham?

2.91 ♦

En romsonde uten mannskap blir skutt opp fra en fremmed planet, men en kort tid etter starten slutter rakettmotoren å fungere. Dersom vi tenker oss at bevegelsen hele tiden er loddrett, at romsonden har masse 1500 kg, og at rakettmotoren gir konstant skyvekraft, viser figuren en mulig fartsgraf for oppskytningen.



a Hva skjer med romsonden 9 s, 25 s og 45 s etter starten (punktene A, B og C på figuren)?

b Finn akselerasjonen mens rakettmotoren fungerer.

Planeten har ingen atmosfære.

c Finn tyngdeakselerasjonen på planeten.

d Finn den største høyden romsonden når opp til.

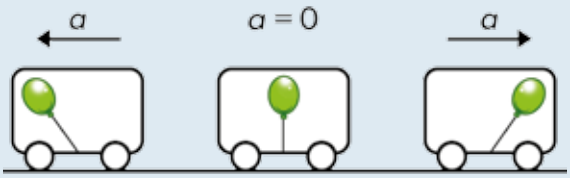
e Lag en figur som viser de kreftene som virker på romsonden mens rakettmotoren ennå fungerer. Regn ut hvor stor skyvekraft rakettmotoren gir.

f Under en oppskytning vil massen av romsonden minke etter hvert som rakettbrennstoffet blir brukt opp. Rakettmotoren gir likevel konstant skyvekraft. Avgjør om akselerasjonen i dette tilfellet vil øke, minke eller holde seg konstant i den tiden rakettmotoren fungerer. Begrunn svaret.

Tilvurdering

2.92

En heliumballong festes i gulvet i en bil med en snor. Når bilen akselererer framover, lener ballongen seg framover. På samme måte vil ballongen lene seg bakover når bilen bremser. Bruk det du kan om oppdrift til å forklare hvorfor dette skjer.



2.93

For å regne med at snorkraften er lik i begge ender antar man at snoren er masseløs og stram. Dette er ikke realistisk. La oss se på en kule med masse 50 g som henger vertikalt i en tråd fra en krok i taket. Snoren er 30 cm lang og har masse 30 g. Vi antar at vekten av snoren er jevnt fordelt utover hele snoren.

a Tegn kreftene som virker på festet i taket og regn ut størrelsen av disse.
b Tegn kreftene som virker på metallkulen og regn ut størrelsen av disse.
c Hvor stor er forskjellen i snorkreftene i endene av snoren?
d Vil det være en forskjell i snorkreftene i hver ende av en snor som er helt stram og horisontal når vi tar massen av snoren i betraktning?

2.94

En varmluftballong med masse 500 kg svever over bakken drevet av at vi varmer opp lufta i ballongen. Volumet av ballongen er 2800 m^3 og vi antar at volumet ikke forandrer seg.

a Hva er tettheten til lufta i ballongen når den svever i ro?
b Fra ballongen slippes en 20 kg sekk med sand. Hvor stor akselerasjon får ballongen rett etter at sekken slippes ut?
c Når lufta i ballongen avkjøles, begynner ballongen å dale nedover. Beskriv med ord sammenhengen mellom temperatur og oppdrift.

Til vurdering

KAPITTELTEST

Oppgave 1

Tegn kreftene som virker på

a en gjenstand som henger i ro i en snor
b en eske i ro på bakken
c en bil som bråbremser
d en person i fritt fall
e Tegn de tilhørende motkreftene i hvert tilfelle over.

Oppgave 2

En bil tauer en annen bil langs riksveien. Ved et tidspunkt har den fremste bilen konstant fart og motoren drar med en kraft på 30 kN. Vi antar at snoren er stram og masseløs.

a Hva er snorkraften på den fremste bilen?

Den bakerste bilen bremser slik at kraftsummen mot bevegelsesretningen er på 1,5 kN.

b Hvor stor er akselerasjonen til den fremste bilen når du får vite at den har massen 945 kg?

Oppgave 3

En student med masse 65 kg sitter på et rullebrett i ro og holder en stor stein med masse 20 kg. Han kaster så steinen rett bakover med en kraft på 16 N.

a Hvorfor får studenten en akselerasjon selv?
b Hvor stor fart får studenten dersom kastet varte 0,30 s?

Oppgave 4

En fotballspiller med masse 66 kg har scoret et mål og kaster seg ned på gressmatten med vannrett fart på 4,16 m/s. Spilleren glir så med konstant akselerasjon bortover gressmatten på knærne og stopper etter 2,4 m.

a Hvor stor er akselerasjonen på spilleren?
b Hvor stor er friksjonskraften mellom spilleren og underlaget?
c Hva er friksjonstallet mellom spiller og underlag?

Oppgave 5

En ballong fylt med helium slippes. Volumet av ballongen er 3,09 m^3. Etter hvert som ballongen gradvis flyr oppover, øker luftmotstanden på ballongen. Anta at luftmotstandstallet for ballongen er $k = 1{,}02$ kg/m. Massetettheten til luft er 1,2041 kg/m^3 og massetettheten til helium er 0,164 kg/m^3.

a Hva blir terminalfarten til ballongen?
b Tegn kreftene som virker på ballongen idet den når terminalfart og regn ut størrelsen på disse kreftene.

Oppgave 6

En trailer er en lastebil med førervogn og to tilhengere. Førervognen har massen 5000 kg, vogn 1 har massen 4500 kg og vogn 2 har massen 2000 kg.

a Hvor store krefter må hvert hengerfeste tåle for ikke å ryke dersom traileren akselererer med 1,11 m/s^2?
b Ved et annet tidspunkt akselererer traileren med en kraftsum på 28 kN. Hvor stor akselerasjon får den midterste vognen?
c Vi tenker oss at vi bytter vogner slik at vi får to vogner med like stor masse. Trenger festene å tåle like store krefter nå? Begrunn svaret.

Til vurdering

FORSØK

Du finner fullstendige forsøksbeskrivelser på Aunivers.no

2.1 Friksjon på kloss med kraftmåler

Vi undersøker sammenhengen mellom tyngde og friksjon ved å anvende Newtons 1. lov på en kloss med en kraftmåler.

2.2 Gammel baderomsvekt med fjær i heisen

Med en gammel baderomsvekt kan vi studere akselerasjonen til en heis og undersøke effekten av konstant fart på måling av fysiske størrelser.

2.3 Oppdrift

Er en metallkule lettere i vann? I dette forsøket undersøker vi Arkimedes' prinsipp med kraftmåler, snor og metallkule.

2.4 Muffinsformer

En muffinsform bruker kort tid på å oppnå terminalfart. Ved å variere antall muffinsformer, kan vi utforske forskjellige sammenhenger knyttet til luftmotstand.

2.5 Bevis Newtons 3. lov

Er det virkelig sånn at kraft og motkraft alltid er like store og motsatt rettet?

2.6 Hvilefriksjon og glidefriksjon

Hva er sammenhengen mellom hvilefriksjon, underlag og glidefriksjonen? Finnes det noen lover vi kan finne for forholdet mellom maksimal hvilefriksjon og glidefriksjonen?

Til vurdering