1 Rettlinjet bevegelse

Måling og beregning av bevegelse

Til vurdering

1A	Fysikk som målefag	8
1B	På rett vei	22
1C	Grafisk framstilling	30
1D	Konstant akselerasjon	37
1E	Simulering av bevegelse	45

Tilrettelagt

1A Fysikk som målefag

Størrelser og nøyaktighet

Ta en papirlapp og fysikkboka di og slipp dem samtidig og fra samme høyde ned mot gulvet. Du blir neppe overrasket over å oppdage at fysikkboka treffer gulvet før papirlappen. Legg så papirlappen oppå fysikkboka og slipp dem sammen. Resultatet blir et helt annet.

Dersom du ønsker å undersøke nærmere hvordan og hvorfor papirlappen ikke faller på samme måte i de to tilfellene, vil du ha behov for å gjøre flere eller mer nøyaktige målinger. Dessuten vil du måtte notere resultater og beskrive hva som skjer. Når du gjør målinger og beskriver resultater, må du vite noe om hvor nøyaktige målingene dine er, og hvordan du kan presentere dem slik at du kan få fram sammenhenger på en oversiktlig måte.

UTFORSK!

En «rute»

En gammel lengdeenhet, kalt «rute», ble brukt i Tyskland på 1500-tallet. Enheten ble bestemt ved at man tok de 16 første mennene som kom ut kirkedøra etter gudstjenesten en vanlig søndag, og målte opp den samlede lengden av herrenes venstreføtter.

Lag en rekke med 16 studenter og mål opp den samlede lengden når alle plasserer venstreføttene sine på rekke og rad.

Hvor mange meter er en «rute»?

Hvis dere gjennomfører målingen med 16 andre studenter, hvor mye lengre eller kortere tror dere den nye målingen blir?

Hvor nøyaktig er målenheten en «rute»?

Ville nøyaktigheten av en rute vært den samme om man tok utgangspunkt i venstrefoten til én student og ganget opp med 16?

Tilvurdering

Tid og strekning

To viktige størrelser i fysikken som vi relativt enkelt kan måle, er *posisjon* og *tid*. Fra naturfag, og kanskje også fra matematikkfaget, husker du sikkert at vi definerer fart som $v = s / t$. Strekningen, s, er avstanden mellom to punkter, og t er tiden man bruker på denne strekningen. I fysikkfaget bruker vi ofte matematiske sammenhenger mellom størrelser for å trekke konklusjoner.

EKSEMPEL 1 **En sykkeltur ned bakken**

Nora liker å sykle og må ned en bratt bakke på vei til jobb. Hun ønsker å finne ut hvor fort det går ned bakken, og bestemmer seg for å undersøke saken nærmere. Siden hun ikke har speedometer på sykkelen, må hun finne en annen måte å beregne farten på. Sammen med Martin blir de enige om å måle lengden av bakken og tiden hun bruker på å trille ned. Martin stiller seg nederst i bakken for å ta tiden, mens Nora starter i ro på toppen av bakken. Sammen finner de ut at bakken er 20,0 meter lang, og at Nora bruker 4,7 sekunder på å trille ned bakken. Dermed konkluderer de med at farten ned bakken er

$$v = \frac{s}{t} = \frac{20{,}0 \text{ m}}{4{,}7 \text{ s}} = 4{,}3 \text{ m/s}$$

Tilvurdering

UTFORSK!

Nøyaktige begreper

En ting du kommer til å oppdage når du lærer fysikk, er at begreper ofte har en helt bestemt betydning som noen ganger skiller seg fra hvordan vi bruker begrepene i dagligtale. I eksempel 1 ovenfor konkluderte Nora og Martin med at farten var 4,3 m/s. De burde nok heller brukt begrepet gjennomsnittsfart. Hvorfor det?

Symboler og størrelser

Det er noen detaljer i eksempel 1 som vi skal se nærmere på. Formelen $v = s / t$ består av det vi kaller *symboler*. v er symbolet for fart, s er symbolet for strekning, og t er symbolet for tid. Det svarer omtrent til det vi i matematikken kaller variabler. Vi kunne ha skrevet formelen som $x = y / z$ og sagt at x er fart, y er strekning og z er tid. Hvilke symboler som brukes for ulike størrelser, varierer i ulike land og kulturer og mellom ulike fagfelt.

Symbolene representerer fysiske størrelser. De består av et *måltall* og en *enhet*. Måltallet er verdien vi har målt, og enheten beskriver hva vi har målt størrelsen i. Når vi skriver 20,0 meter, er 20,0 måltallet og meter enheten. Det er vanlig å bruke forkortelser for enhetene i regnestykker, og også i tekst når det står et måltall foran. Vi skriver altså m i stedet for meter. Husk alltid å oppgi både måltallet og enheten i svar på fysikkoppgaver!

Enheter inngår i regnestykker på lik linje med tall. Når vi deler 20,0 meter på 4,7 sekunder, blir enheten i svaret meter delt på sekund. Dette uttaler vi gjerne som meter per sekund, og vi skriver m/s.

VIKTIG!

Størrelser

Størrelse = måltall · enhet

En størrelse består av et måltall og en enhet. Når vi oppgir en fysisk størrelse, skal vi alltid oppgi både måltallet og enheten.

Enheter følger de samme regnereglene som tall.

Symbolet s og enheten s skrives med samme bokstav. De betyr likevel forskjellige ting. Her i boka skrives symboler i kursiv, mens enheter skrives med normal skrift. I de fleste tilfeller vil det ikke være noen tvil om hva bokstavene representerer. Det er likevel greit å være klar over denne forskjellen i skrivemåte.

Tilvurdering

Antallet gjeldende sifre

Det siste vi skal se på fra eksempel 1, er sluttsvaret. Skriver du inn 20,0 ÷ 4,7 på kalkulatoren eller i et regneprogram på datamaskinen, får du gjerne svaret 4,255319149. Dette er ikke et godt svar for måltallet i oppgaven. I teksten oppgis tiden Nora bruker ned bakken til 4,7 s. Her er størrelsen oppgitt med to gjeldende sifre. Antallet gjeldende sifre forteller oss hvor nøyaktig vi kjenner størrelsen. 4,7 s betyr egentlig at verdien av tidsmålingen ligger et sted mellom 4,65 s og 4,75 s. For å være helt presis kunne vi ha skrevet 4,7 s ± 0,05 s. Når Nora og Martin beregner farten ned bakken, er tidsmålingen den mest unøyaktige verdien de baserer utregningen sin på. Det hjelper ikke at lengden av bakken er målt med tre gjeldende sifre.

Når politiet har fartskontroll har målingene (som alle andre målinger) en viss usikkerhet. Derfor trekker de fra noen km/h fra målingen for å være sikker på at de ikke oppgir for høy hastighet.

VIKTIG!

Nøyaktighet i regneoppgaver

Når du oppgir svaret på en regneoppgave, skal svaret inneholde like mange gjeldende sifre som den minst nøyaktige størrelsen beregningen baserer seg på.

Antallet gjeldende sifre finner du ved å starte med det første sifferet fra venstre som ikke er 0, og så telle mot høyre.

Tilvurdering

1.1

Skriv svarene med korrekt antall gjeldende sifre og riktig enhet.

a 0,12 m / 0,1 s

b 0,050 kg · 1,62 m/s

c $\dfrac{0{,}45\ \text{m}}{1{,}7\ \text{s} \cdot 0{,}014\ \text{m/s}}$

1.2

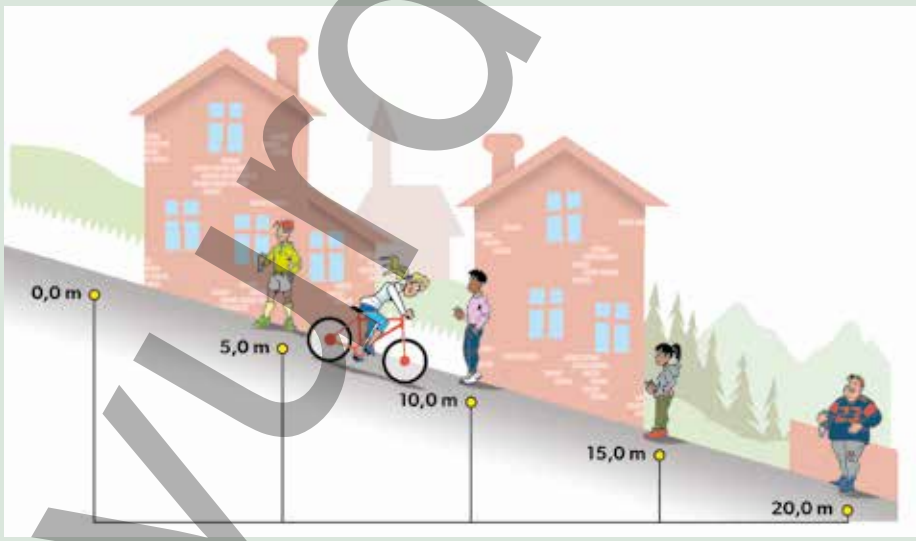
Mål lengden, bredden og tykkelsen på fysikkboka med en linjal.

a Hvor mange gjeldende sifre mener du det er rimelig å oppgi målene med?

b Oppgi arealet av forsiden av boka med riktig antall gjeldende sifre.

c Oppgi volumet av boka med riktig antall gjeldende sifre.

EKSEMPEL 2 En ny sykkeltur ned bakken

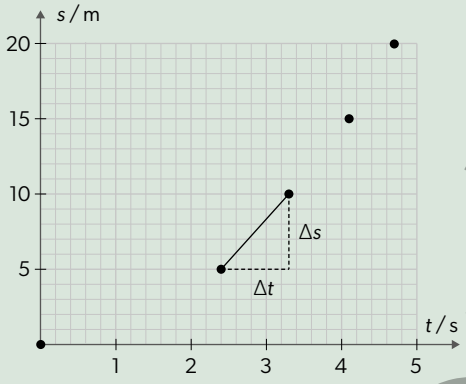


Nora er ikke helt overbevist om at farten ned bakken er så lav som 4,3 m/s. Hun synes det går mye fortere, spesielt mot slutten av bakken. De bestemmer seg for å undersøke saken nærmere og inviterer Elias, Sadia og Knut, slik at de kan måle tiden flere steder nedover bakken. Nora står fremdeles for syklingen, mens resten av gjengen plasserer seg nedover bakken med 5,0 m mellomrom. Nora setter seg på sykkelen på nytt og triller ned bakken. Resultatene legger de inn i en tabell:

t (s)	0,0	2,4	3,3	4,1	4,7
s (m)	0,0	5,0	10,0	15,0	20,0

Til vurdering

EKSEMPEL 2 FORTS. For å få bedre oversikt over målingene tegner de dem inn i en graf:



Nå kan Nora beregne gjennomsnittsfarten flere steder nedover bakken. På de ulike delstrekningene beregner hun farten ved hjelp av formelen $\bar{v} = \Delta s/\Delta t$, der Δs er endringen i posisjon og Δt endringen i tid. Mellom det andre og tredje punktet finner hun at gjennomsnittsfarten er

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{10{,}0\ \text{m} - 5{,}0\ \text{m}}{3{,}3\ \text{s} - 2{,}4\ \text{s}} = 5{,}6\ \text{m/s}$$

Dette er også stigningstallet til linja mellom disse to punktene på grafen. Hvor bratt en kurve stiger eller synker, forteller oss hvor raskt noe endrer seg, i dette tilfellet hvor raskt posisjonen endrer seg med hensyn på tiden, altså farten til sykkelen. Grafen blir brattere og brattere, og det betyr at farten blir større og større. En grafisk representasjon kan altså brukes på flere måter enn bare å vise sammenhengen mellom to størrelser.

Grafisk framstilling

Farten vi fant i eksempel 1, gir oss et mål for *gjennomsnittsfarten* ned bakken. Når du triller ned bakken, øker farten, så den kan ikke være 4,3 m/s hele veien. Farten du har ved et bestemt tidspunkt, kaller vi *momentanfarten*. For å skille mellom gjennomsnittsverdier og momentanverdier setter vi en strek over symbolet for gjennomsnittsverdi. Gjennomsnittsfarten får dermed symbolet $\bar{v}$.

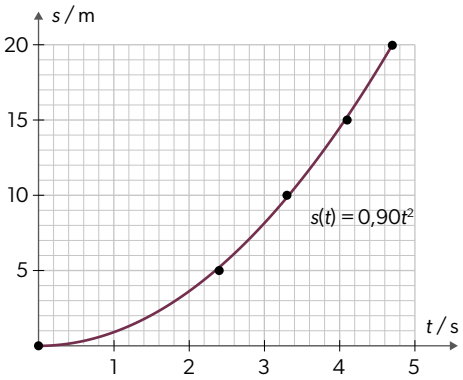
Legg merke til at vi velger tiden på førsteaksen og posisjonen på andreaksen. Svært ofte ønsker vi å se hvordan noe utvikler seg med tiden, og da er det naturlig å ha tiden på førsteaksen. Når vi framstiller en bevegelse på denne måten, er det viktig å være klar over at grafen på ingen måte likner på den fysiske bevegelsen vi ser. Sykkelen beveger seg rett fram nedover bakken selv om grafen «bøyer av» oppover!

Tilvurdering

1.3

Regn ut gjennomsnittsfarten på alle delstrekningene i eksempel 2, og presenter resultatene i en graf med t på førsteaksen og $\bar{v}$ på andreaksen. Diskuter hvilke tidspunkter gjennomsnittsverdiene bør gjelde for.

Fra målinger til funksjonsuttrykk



Når vi undersøker en sammenheng mellom to størrelser, kan det være hensiktsmessig å se om vi kan finne et funksjonsuttrykk som passer til målepunktene. Vi vet at farten på toppen av bakken, det vil si i startposisjonen, var 0 m/s. Det betyr at stigningstallet til grafen må være null når $t = 0$ s. I tillegg vet vi at startposisjonen til sykkelen var $s = 0$ m. En funksjon som oppfyller disse kravene, er $s(t) = At^2$, der A er en konstant.

Ved å bruke et regresjonsverktøy ser vi at funksjonen $s(t) = 0{,}90t^2$ passer bra med målingene våre. I vårt tilfelle er s målt i meter og t i sekunder. Verdien 0,90 er ikke en størrelse uten enhet. Siden venstre side av uttrykket er målt i meter, må også høyre side ende opp med meter som enhet. For å få til dette må enheten til måltallet 0,90 være m/s^2. Setter vi inn en verdi for tiden i sekunder, får vi dermed enheten $m/s^2 \cdot s^2 = m$ også på høyre side. Det korrekte uttrykket for posisjonen til sykkelen er altså $s(t) = 0{,}90\ m/s^2 \cdot t^2$.

1.4

Vi slipper en kule fra ulike høyder og måler tiden kula bruker fra vi slipper den og til den treffer bakken. Det gir disse resultatene:

t (s)	0,32	0,45	0,55	0,64
h (m)	0,50	1,00	1,50	2,00

a Regn ut gjennomsnittsfarten når vi slipper kula fra 0,50 m, og gjennomsnittsfarten når vi slipper kula fra 2,00 m.

b I tabellen har vi ikke tatt med $h = 0{,}00$ m. Kan du tenke deg hva t ville vært hvis vi slapp kula fra 0,00 m høyde? I så fall kan du utvide tabellen med denne verdien.

c Undersøk om du kan finne sammenhengen mellom høyden kula er sluppet fra, og tiden den bruker på å falle til bakken.

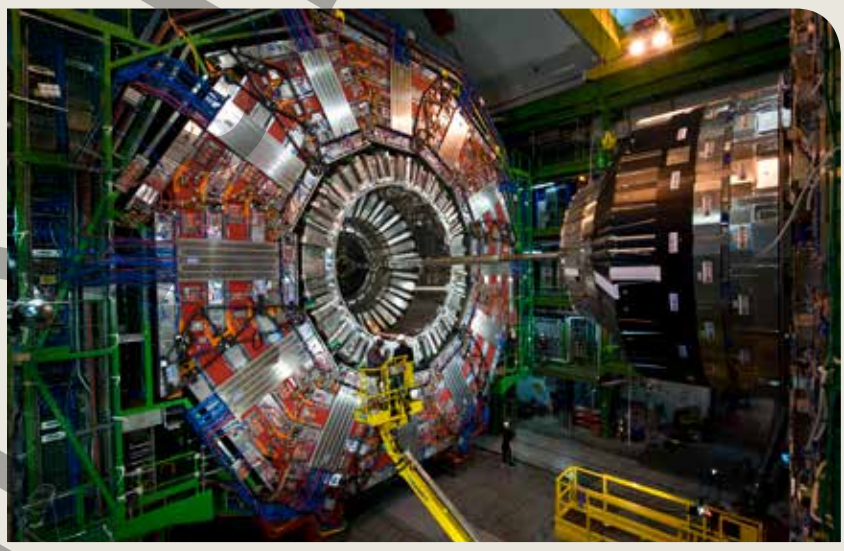
Tilvurdering

TENK SOM EN FYSIKER

Å undersøke en sammenheng

I eksempel 1 og 2 ønsket vi å studere farten til Nora. En av de første tingene vi må ta stilling til, er hva vi kan måle som er relevant for problemstillingen. Dette spørsmålet krever ofte at vi kjenner noe teori knyttet til emnet. Her benytter vi oss av sammenhengen mellom fart, strekning og tid. I tillegg vet vi at strekningen er avstanden mellom to posisjoner. Disse sammenhengene utnytter vi til å se at tid og posisjon vil være relevante størrelser å måle.

Vi må også ta stilling til hvordan vi ønsker å måle de aktuelle størrelsene. Ideelt sett ønsker vi oss så mange og så presise målinger som mulig. Målenøyaktigheten er ofte begrenset av tid og ressurser, men noen ganger kan et smart oppsett gi gode resultater med enkle ressurser. Når vi har tatt stilling til hvordan vi ønsker å gjøre målingene, må vi vurdere hvor nøyaktige målingene er. Selv om en stoppeklokke vanligvis gir oss hundredels sekunder, er det ikke rimelig å anta at de som tar tiden, klarer å måle tiden med så stor nøyaktighet. Derfor er verdiene rundet av til 1/10 sekunds nøyaktighet. Posisjonen er rundet av til 1/10 meters nøyaktighet. Selv om vi med et målebånd kunne ha målt posisjonen med 1/100 meters nøyaktighet, skal de som tar tiden stoppe klokkene når sykkelen er i punktet. Med en sykkel i fart er det vanskelig å avgjøre nøyaktig på centimeteren hvor sykkelen er.



Enkelte ting er vanskeligere å måle enn andre ting. Partikkeldetektoren CMS ved forskningsstasjonen CERN i Sveits måler spor etter elementærpartikler som lever i mindre enn en milliarddel av et milliarddels sekund. For å måle disse svært små og kortlivede partiklene trenger fysikerne en maskin med en masse på 15 000 tonn og en diameter på 15 m!

Tilvurdering

Gjentatte målinger

UTFORSK!

Hva veier en appelsin?

Finn en gjenstand som ikke er veldig tung eller veldig lett, for eksempel en appelsin. La mange personer (helst ti eller flere) kjenne på gjenstanden og tippe vekten etter beste evne. Etterpå veier dere gjenstanden på en vekt.

Regn ut gjennomsnittet av alle forslagene, og sammenlikn med den verdien vekta viste. Hvor langt unna vektas verdi var gjennomsnittet til de som tippet vekta? Hvor stor variasjon var det i forslagene? Hvordan kan variasjonen i forslagene uttrykkes matematisk?

Når vi gjør målinger, kan vi anslå usikkerheten i målingene basert på hvilket måleinstrument vi bruker, i tillegg til andre rimelige antakelser knyttet til målesituasjonen. Måler du en lengde med linjal, er det vanskelig å bestemme lengden mer nøyaktig enn til nærmeste millimeter. Da er det rimelig å oppgi nøyaktigheten med så mange gjeldende sifre at det siste sifferet representerer en millimeter. Har du god tid, kan det være lurt å gjennomføre det samme forsøket flere ganger og se hvor mye resultatet varierer fra gang til gang. Hvis vi gjør flere målinger, vil gjennomsnittet normalt være et bedre mål på den virkelige verdien enn en enkeltmåling. Med flere målinger har vi også muligheten til å angi variasjonen eller usikkerheten i målingen ved hjelp av statistiske metoder.

En tommelfingerregel du kan bruke når du skal oppgi en verdi fra en måling eller en måleserie, er at verdien ikke bør oppgis mer nøyaktig enn at du sannsynligvis ville fått samme verdi dersom du gjentok forsøket.

Med et skyvelære kan du måle størrelsen på gjenstander svært nøyaktig. Et godt skyvelære har gjerne en nøyaktighet på 0,01 mm.

Tilvurdering

EKSEMPEL 3 Romstørrelse

Elias og Sadia har fått i oppgave å finne arealet av et rom. Sadia måler lengden, mens Elias måler bredden av rommet. Sadia vet at et litt langt skritt tilsvarer omtrent en meter, så hun skritter opp rommet på langs og finner ut at det er ni skritt, altså ca. 9 m langt.

Elias går litt mer grundig til verks. Han bruker en tommestokk, som er 1,00 m lang, til å måle bredden av rommet. Stoler, bord og skap gjør det litt vanskelig å måle helt nøyaktig, så han prøver forskjellige steder og får disse resultatene for bredden av rommet:

Bredde (m)	11,24	11,16	11,18	11,21	11,19

Gjennomsnittet av bredden er 11,196 m, men verdiene varierer med 0,08 m. Hvis han oppgir lengden med tre gjeldende sifre, 11,2 m, er han ganske sikker på at en ny måling ville gitt samme resultat.

Når de skal regne ut arealet, fortviler Elias over Sadias upresise måling. Hennes måling er i beste fall nøyaktig til nærmeste meter og kan ikke oppgis med mer enn ett gjeldende siffer. Dermed blir arealet av rommet $9\ \text{m} \cdot 11{,}2\ \text{m} = 100{,}8\ \text{m}^2$, så de må oppgi arealet til å være omtrent $100\ \text{m}^2$.

Legg merke til at $100\ \text{m}^2$ ikke er ment å være en størrelse med tre gjeldende sifre, så «arealet er omtrent $100\ \text{m}^2$» betyr ikke det samme som «arealet er $100\ \text{m}^2$».

Det er mange måter å oppgi usikkerhet mer presist på enn i dette eksemplet. På Aunivers.no kan du lese mer om usikkerhet og målenøyaktighet.

Tilvurdering

1.5

Mål bredden av et bord med en blyant.

a Hvor mange blyantlengder er bredden av bordet?

b Vil en ny måling med den samme blyanten gi et annet resultat?

Mål bredden av bordet med en linjal.

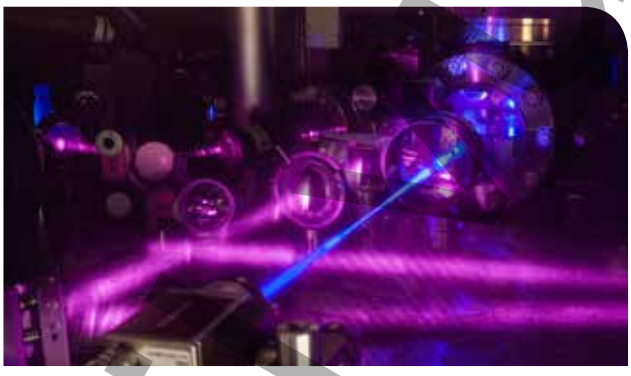
c Hvor mange millimeter er bredden av bordet?

d Vil en ny måling med den samme linjalen gi et annet resultat?

SI-enhetene

Det finnes mange ulike målenheter. De fleste fagområder har spesialiserte enheter som er tilpasset nettopp dette fagfeltet. På havet måles gjerne avstander i nautiske mil, mens en «kaffekok» er en gammel samisk lengdeenhet. For at samfunnet skulle ha noen felles enheter, ble det i 1960 innført et sett med grunnenheter som verden kunne enes om.

Størrelse	SI-enhet	Forkortelse
Lengde	meter	m
Masse	kilogram	kg
Tid	sekund	s
Elektrisk strøm	ampere	A
Temperatur	kelvin	K
Stoffmengde	mol	mol
Lysstyrke	candela	cd



Opp gjennom historien har solas posisjon på himmelen bestemt tiden på dagen. Da SI-systemet ble etablert, var et sekund definert til å være 1/86 400 døgn. Seinere har man funnet mer presise måter å definere sekundet på. I 1950-årene klarte man å lage klokker som baserte seg på egenskaper ved atomer som viser seg å være svært stabile. Et sekund er nå definert som 9 192 631 770 svingninger i cesium. Atomklokker brukes til å bestemme tiden helt nøyaktig i for eksempel GPS-satellitter, og for å definere felles tid på jorda. Bildet viser JILAs 3D-kvanteklokke, som baserer seg på svingetiden til strontium. Den kan måle et sekund med $3 \cdot 10^{-15}$ s nøyaktighet.

Fram til 2019 var et kilogram definert som massen av et bestemt lodd som var oppbevart i Frankrike. I dag har alle SI-enhetene definisjoner som ikke er knyttet til fysiske objekter.

Enheter som er satt sammen av flere SI-enheter, kaller vi SI-avledede enheter. Eksempler er m/s for fart og kg m/s^2 for kraft. Ofte har SI-avledede enheter fått egne navn. Det er vanligere å bruke newton som enhet for kraft, men newton betyr det samme som kg m/s^2.

Utprøving

Prefikser og standardform

Uran-238 har en halveringstid på 4,5 milliarder år. Et uranatom har en masse på $4{,}0 \cdot 10^{-25}$ kg. Det frigjøres 152 fJ med energi når atomet henfaller.

SI-enhetene er i stor grad tilpasset dagliglivet vårt. Vi mennesker er stort sett mellom én og to meter høye. Et kilogram er omtrent massen av en full melkekartong. Fysikkfaget handler derimot om alt fra atomer til hele universet, altså fra veldig små størrelser til veldig store størrelser. Da har vi behov for å uttrykke oss uten for mange sifre.

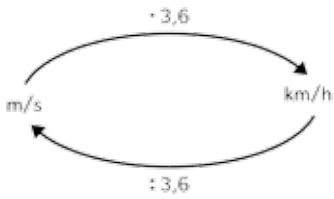
Et alternativ hvis størrelsene blir veldig store eller veldig små, er å skrive måltallet på *standardform* eller å bruke *prefikser* foran enhetene. En oversikt over vanlige prefikser finner du i tabellen til høyre.

Prefiks	Betydning	Verdi
a	atto	10^{-18}
f	femto	10^{-15}
p	piko	10^{-12}
n	nano	10^{-9}
µ	mikro	10^{-6}
m	milli	10^{-3}
c	centi	10^{-2}
d	desi	10^{-1}
k	kilo	10^{3}
M	mega	10^{6}
G	giga	10^{9}
T	tera	10^{12}
P	peta	10^{15}

Fra km/h til m/s

En av de vanligste enhetene vi bruker i dagliglivet, som ikke følger SI-systemet, er fartsenheten kilometer i timen (km/h). Ved å gjøre om kilometer til tusen meter og timer til sekunder finner vi at

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\ \text{m}}{60 \cdot 60\ \text{s}} = \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\ \text{m/s}$$



Altså er 1 m/s = 3,6 km/h.

Noras gjennomsnittsfart ned bakken var 4,3 m/s.
Det tilsvarer $4{,}3 \cdot 3{,}6$ km/h = 15 km/h.

Tilvisdering

1.6

Lydfarten i luft påvirkes i hovedsak av temperaturen. Med en lufttemperatur på 15 °C er lydfarten 1225 km/h.

a Hvor stor er lydfarten i m/s med riktig antall gjeldende sifre?

b Forholdstallet 3,6 påvirker ikke antallet gjeldende sifre. Hvorfor ikke?

EKSEMPEL 4 Hvor gammelt er lyset fra sola?

Avstanden fra sola til jorda er $1{,}496 \cdot 10^8$ km. Lyset beveger seg med en fart på $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s. Tiden lyset bruker fra sola til jorda er derfor

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km}}{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

Siden lengden er oppgitt i kilometer og farten er oppgitt i meter per sekund, får vi enheten km/(m/s) om vi bare regner ut verdien av brøken slik den står. Derfor gjør vi om kilometer til meter. Regnestykket blir da

$$t = \frac{1{,}496 \cdot 10^8 \cdot 10^3 \text{ m}}{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \frac{1{,}496 \cdot 10^{11}}{3{,}00 \cdot 10^8} \frac{\cancel{\text{m}} \cdot \text{s}}{\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \cancel{\text{s}}} = \frac{1{,}496}{3{,}00} \cdot 10^{11-8} \text{ s}$$

$$= 0{,}499 \cdot 10^3 \text{ s} = 499 \text{ s}$$

Legg merke til at enhetene utgjør en brudden brøk. Den fjerner vi ved å gange med s i teller og nevner.

Lyset bruker altså 499 s på sin vei fra sola til jorda. Når vi ser på sola, ser vi den altså slik den var for ca. 8 minutter siden.

Tilgjurdering

UTFORSK!

Solformørkelse

En sjelden gang står månen nøyaktig på linja mellom jorda og sola, og vi får solformørkelse. Nå vet du at lyset fra sola bruker ca. 8 minutter fra det forlater sola til det når jorda. 20. mars 2015 var det solformørkelse på Svalbard. I avisene kunne vi lese at den startet kl. 09:40. Den siste solstrålen som traff jorda, forlot altså sola kl. 09:32. Fra sola ville vi ikke ha sett skyggen på jorda før kl. 09:48. Så når startet egentlig solformørkelsen?

1.7

Skriv størrelsene med et passende prefiks og på standardform med SI-enheter.

a 158 000 s

b 0,000 003 3 m

c 5,34 mm / 75 ns

Til vurdering

1B På rett vei

Sammenhengen mellom posisjon, fart og akselerasjon

Et bilde kan si mer enn tusen ord. Men én ting et vanlig bilde ikke kan si så mye om, er hvordan ting *endrer seg* over tid. Et fotografi er statisk og viser situasjonen i et øyeblikk.

Bildet ovenfor er av en bybanevogn i Bergen. Hvilken informasjon om vogna kan du få ut fra bildet? Hvilken informasjon om vogna kan du *ikke* få ut fra bildet?

Fart og akselerasjon handler om *endring*, om hvordan posisjonen eller farten til en gjenstand endrer seg med tiden. For å kunne si noe om farten eller akselerasjonen til en gjenstand må vi altså følge gjenstanden over en viss tid.

Bildene ovenfor er tatt 1,0 s og 2,0 s etter det første bildet. Hva kan du nå si om bevegelsen til vogna?

Tilvurdering

Momentanfart og gjennomsnittsfart

Som vi har sett tidligere, har vi behov for å skille mellom *gjennomsnittsfart* og *momentanfart*.

VIKTIG!

Gjennomsnittsfart

Gjennomsnittsfart er lik endring i posisjon delt på tiden denne posisjonsendringen tar:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Her er s_1 posisjonen ved tiden t_1 og s_2 posisjonen ved tiden t_2.

Momentanfarten til en gjenstand er farten ved et bestemt tidspunkt. Den finner vi ved å la Δt gå mot null. Vi må altså finne ut hvor langt gjenstanden har flyttet seg i løpet av en «uendelig liten» tidsperiode. Det er ikke praktisk mulig å gjøre dette. Men hvis vi kjenner funksjonsuttrykket til posisjonen, kan vi *derivere* funksjonen for å finne et uttrykk for momentanfarten til gjenstanden.

VIKTIG!

Momentanfart

Når $s(t)$ beskriver posisjonen til en gjenstand, er momentanfarten til gjenstanden gitt ved

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t)$$

Momentanfarten ved et bestemt tidspunkt finner vi ved å sette inn verdien av t i $v(t)$.

Tilvurdering

EKSEMPEL 5 **Momentanfart i bakken**

I eksempel 2 i begynnelsen av kapitlet fant Nora og Martin ut at $s(t) = 0{,}90\ \text{m/s}^2 \cdot t^2$ passet godt med målingene fra sykkelturen ned bakken. Med denne funksjonen kan vi finne farten til sykkelen ved ethvert tidspunkt. Fartsfunksjonen blir

$$v(t) = s'(t) = \left(0{,}90\ \text{m/s}^2 \cdot t^2\right)' = 0{,}90\ \text{m/s}^2 \cdot 2t = 1{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t$$

I bunnen av bakken er tiden $t = 4{,}7$ s. Farten nederst i bakken er derfor

$$v(4{,}7\ s) = 1{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 4{,}7\ \text{s} = 8{,}5\ \text{m/s}$$

1.8

De to første målingene av Nora som trillet ned bakken var:

t (s)	2,4	3,3
s (m)	5,0	10,0

a Hvor stor var gjennomsnittsfarten til sykkelen mellom disse to punktene?

b Ta utgangspunkt i posisjonsfunksjonen til sykkelen, $s(t) = 0{,}90\ \text{m/s}^2 \cdot t^2$, og finn momentanfarten ved $t = 2{,}4$ s og $t = 3{,}3$ s.

c Når var momentanfarten lik gjennomsnittsfarten i oppgave a?

Bakken var 20,0 m lang.

d Hvor stor var farten midt i bakken?

Gjennomsnittsfarten ned bakken var 4,3 m/s.

e Hvorfor er farten midt i bakken større enn gjennomsnittsfarten?

Akselerasjon

Når du sitter i bilen på vei ut av et lyskryss der lyset akkurat har skiftet til grønt, kan du kjenne at bilen akselererer. Farten øker fra stillestående til større fart. Sykkelen som triller ned bakken, akselererer også. Farten er liten øverst i bakken og større nederst i bakken. Denne akselerasjonen er vanskeligere å føle, men du opplever at farten blir større. Kanskje blir den så stor at du får behov for å bremse før du når bunnen av bakken.

Ta en stein eller en ball og slipp den ned på bakken. Kan du se om farten øker, eller om gjenstanden er på vei nedover med konstant fart? Sannsynligvis ikke. Akselerasjon er vanskelig å «se» med det blotte øyet. Det er likevel en viktig fysisk størrelse for å beskrive bevegelsen til gjenstander. Vi går derfor gjerne mer analytisk til verks for å avgjøre om en gjenstand er akselerert eller ikke.

Tilvurdering

Dersom en gjenstand endrer fart, er den akselerert. På samme måte som vi skiller mellom gjennomsnittsfart og momentanfart, skiller vi også mellom *gjennomsnittsakselerasjon* og *momentanakselerasjon*.

VIKTIG!

Gjennomsnittsakselerasjon

Gjennomsnittsakselerasjon er lik endring i fart delt på tiden denne fartsendringen tar:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Her er v_1 farten ved tiden t_1 og v_2 farten ved tiden t_2.

Enheten for akselerasjon er m/s^2, eller m/s per sekund. Akselerasjon er altså et mål på hvor mye farten endrer seg per tidsenhet.

Det er lett å blande begrepene fart og akselerasjon. Husk at det er posisjonsendring som gir fart, mens det er fartsendring som fører til akselerasjon.

EKSEMPEL 6 **Gjennomsnittsakselerasjon ned bakken**

Hvor stor er gjennomsnittsakselerasjonen til sykkelen på vei ned bakken? Vi har tidligere funnet ut at farten nederst i bakken er 8,5 m/s. Da sykkelen startet, var farten 0,0 m/s. Denne fartsendringen tok 4,7 s. Gjennomsnittsakselerasjonen er derfor

$$\bar{a} = \frac{8{,}5\ \text{m/s} - 0{,}0\ \text{m/s}}{4{,}7\ \text{s} - 0{,}0\ \text{s}} = 1{,}8\ \text{m/s}^2$$

Momentanakselerasjonen finner vi ved å derivere fartsfunksjonen, på samme måte som vi fant momentanfarten ved å derivere posisjonsfunksjonen.

VIKTIG!

Momentanakselerasjon:

Når $v(t)$ beskriver farten til en gjenstand, er momentanakselerasjonen til gjenstanden gitt ved

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t)$$

Momentanakselerasjonen ved et bestemt tidspunkt finner vi ved å sette inn verdien av t i $a(t)$.

Tilvurdering

EKSEMPEL 7 **Momentanakselerasjon ned bakken**

På samme måte som vi kan finne et funksjonsuttrykk for farten til sykkelen ned bakken, kan vi også finne et funksjonsuttrykk for akselerasjonen til sykkelen ned bakken:

$$a(t) = v'(t) = \left(1{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t\right)' = 1{,}8\ \text{m/s}^2$$

Legg merke til at akselerasjonsfunksjonen ikke er avhengig av tiden. Det må bety at akselerasjonen er den samme hele tiden. Akselerasjonen er i dette tilfellet altså *konstant*.

EKSEMPEL 8 **En bil akselererer ut fra et lyskryss**

En bil akselererer ut fra et lyskryss. Farten til bilen de første ti sekundene er gitt ved

$$v(t) = -0{,}18\,\text{m/s}^3 \cdot t^2 + 3{,}6\,\text{m/s}^2 \cdot t$$

der t er tiden etter at bilen har kjørt ut fra krysset.

Hvor stor er farten og akselerasjonen til bilen når den starter i krysset og etter 10 s?

Løsning:
Farten i starten og etter 10 s finner vi ved å sette tidene direkte inn i uttrykket:

$$v(0\ \text{s}) = -0{,}18\ \text{m/s}^3 \cdot (0\ \text{s})^2 + 3{,}6\ \text{m/s}^2 \cdot 0\ \text{s} = 0\ \text{m/s}$$
$$v(10\ \text{s}) = -0{,}18\ \text{m/s}^3 \cdot (10\ \text{s})^2 + 3{,}6\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{s} = 18\ \text{m/s}$$

Farten til bilen er 0 m/s når den starter i krysset, og 18 m/s etter 10 s.

For å finne akselerasjonen må vi først derivere uttrykket for farten:

$$a(t) = v'(t) = -0{,}36\ \text{m/s}^3 \cdot t + 3{,}6\ \text{m/s}^2$$

Deretter setter vi inn for tiden i uttrykket:

$$a(0\ \text{s}) = -0{,}36\ \text{m/s}^3 \cdot 0\ \text{s} + 3{,}6\ \text{m/s}^2 = 3{,}6\ \text{m/s}^2$$
$$a(10\ \text{s}) = -0{,}36\ \text{m/s}^3 \cdot 10\ \text{s} + 3{,}6\ \text{m/s}^2 = 0{,}0\ \text{m/s}^2$$

Når bilen starter i krysset, er akselerasjonen 3,6 m/s^2. Etter 10 s er akselerasjonen 0,0 m/s^2.

Legg merke til at vi har akselerasjon ved $t = 0$ s, selv om farten er 0 m/s. Etter 10 s er akselerasjonen 0 m/s^2, men bilen farer av gårde med farten 18 m/s.

Tilvurdering

1.9

Finn farten og akselerasjonen til Nora ved $t = 2{,}0$ s og $t = 4{,}0$ s med utgangspunkt i posisjonsformelen $s(t) = 0{,}90\ \text{m/s}^2 \cdot t^2$.

1.10

Vi skyter en puck på en ishockeybane. Utgangsfarten til pucken er 30 m/s. 1,5 s seinere treffer pucken den andre siden av banen med farten 25 m/s.

a Hvor stor er gjennomsnittsakselerasjonen til pucken?

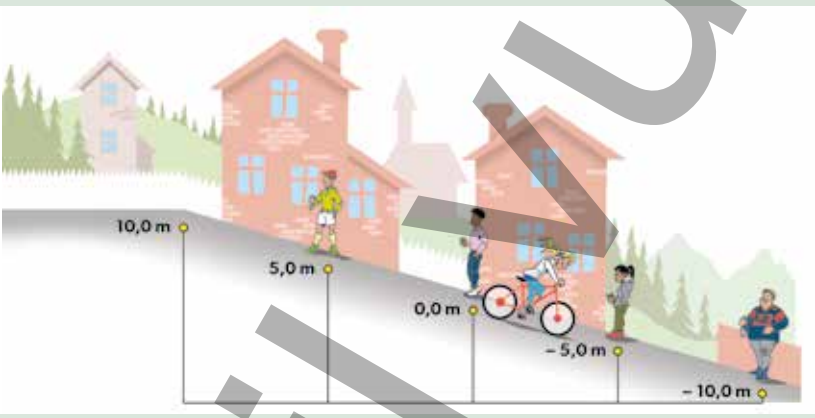
b Forklar fortegnet til akselerasjonen.

Retningen betyr noe

Når vi ser på bevegelsen til en gjenstand, er det nyttig å se på bevegelsen som om den foregår i et koordinatsystem. Da må vi bestemme oss for et punkt der vi setter $s = 0$ m, og vi må bestemme i hvilken retning s øker. I eksempel 2, med sykkelen som triller ned bakken, valgte vi å ha $s = 0$ m på toppen av bakken, og vi lot s-verdiene øke nedover bakken.

Du bestemmer selv hvilken retning du velger som positiv, og hvor du setter $s = 0$ m. Men det er viktig å gjøre det helt klart hva du har valgt. Posisjonen til en gjenstand er målt i forhold til hvor vi har satt $s = 0$ m. Derfor vil alle posisjoner være avhengige av dette valget.

EKSEMPEL 9 Vi snur retningen på sykkelturen



Hva skjer dersom vi setter $s = 0$ midt i bakken og lar positiv retning være oppover bakken? Da er startposisjonen til sykkelen 10,0 m ved tiden $t = 0$ s. Når Nora har kommet til bunnen av bakken, er posisjonen –10,0 m og tiden $t = 4{,}7$ s. Gjennomsnittsfarten blir dermed

$$\bar{v} = \frac{-10{,}0\,\text{m} - (10{,}0\,\text{m})}{4{,}7\,\text{s} - 0{,}0\,\text{s}} = -4{,}3\,\text{m/s}$$

Vi får altså samme verdi for gjennomsnittsfarten som tidligere, men med negativt fortegn. Det negative fortegnet forteller oss at farten har motsatt retning av oppover, altså *nedover*.

Dette valget av $s = 0$ m og positiv retning er ikke spesielt hensiktsmessig i denne situasjonen. Ofte kan det være lurt å tenke gjennom hvilken retning vi velger som positiv retning, og sette $s = 0$ m der bevegelsen starter.

Tilvurdering

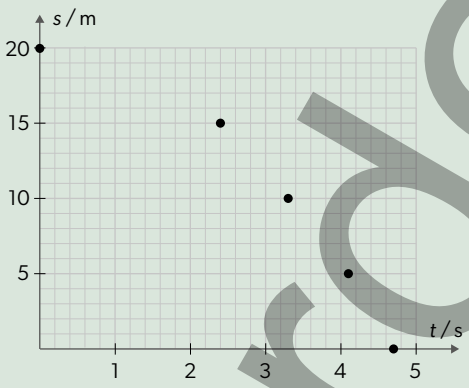
EKSEMPEL 10 Grafisk framstilling med positiv retning mot bevegelsen

Framstill målingene fra eksempel 2 grafisk med $s = 0$ m i bunnen av bakken og positiv retning oppover.

Løsning:
Tabellen over tid og posisjon blir nå:

t (s)	0,0	2,4	3,3	4,1	4,7
s (m)	20,0	15,0	10,0	5,0	0

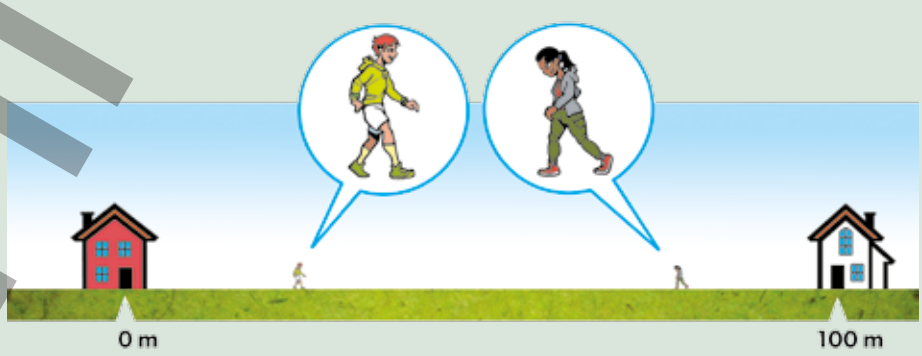
Tabellen gir denne grafen:



Hvis vi sammenlikner denne grafen med den i eksempel 2, ser vi at den er «snudd på hodet». Utviklingen er den samme. Grafen blir brattere og brattere med tiden, men nå med negativ stigning.

EKSEMPEL 11 To gjenstander som beveger seg samtidig

Martin og Sadia bor 100 m fra hverandre. De går for å møtes. Martin går med farten 1,0 m/s mot Sadias hus, og Sadia går med farten 1,5 m/s mot Martins hus. Hvor lang tid tar det før de møtes?



Tilvurdering

EKSEMPEL 11 FORTS.

Løsning:

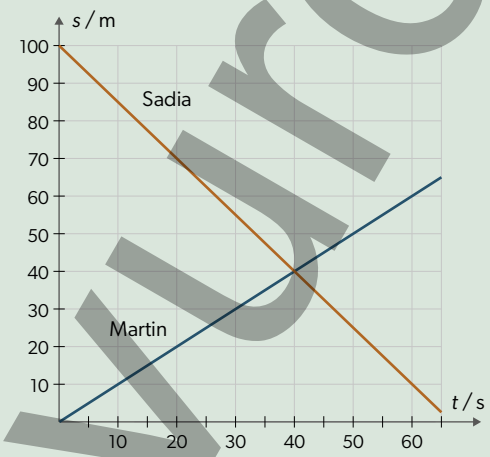
Her har vi to personer som går i forskjellige retninger og har to forskjellige startpunkter. Da er det ekstra viktig å klargjøre hvilken retning som er positiv, og hvor vi bestemmer at posisjonen er null.

Vi kan la $s = 0$ m være hos Martin og la Martin gå i positiv retning med farten 1,0 m/s. Sadia begynner da i posisjonen $s = 100$ m og beveger seg i negativ retning med farten –1,5 m/s.

Posisjonen til Martin er gitt ved $s_{\text{Martin}}(t) = 1{,}0\ \text{m/s} \cdot t$. Posisjonen til Sadia er gitt ved $s_{\text{Sadia}}(t) = -1{,}5\ \text{m/s} \cdot t + 100\ \text{m}$. De møtes når $s_{\text{Martin}}(t) = s_{\text{Sadia}}(t)$.

$$1{,}0\ \text{m/s} \cdot t = -1{,}5\ \text{m/s} \cdot t + 100\ \text{m}$$
$$2{,}5\ \text{m/s} \cdot t = 100\ \text{m}$$
$$t = \frac{100\ \text{m}}{2{,}5\ \text{m/s}} = 40\ \text{s}$$

Grafisk kan vi framstille det slik:



Vi ser at Martin og Sadia treffer hverandre etter 40 s, og at dette skjer 40 m fra Martins hus.

1.11

Martin sykler til forelesning med farten 5,0 m/s. 50 m lenger framme ser han Sadia, som også er på vei til forelesningssalen. Hun går med farten 1,5 m/s.

Hvor lang tid tar det før Martin tar igjen Sadia?

Tilvurdering

1C Grafisk framstilling

Hva kan vi lese ut av en graf?

UTFORSK!

Gå en graf

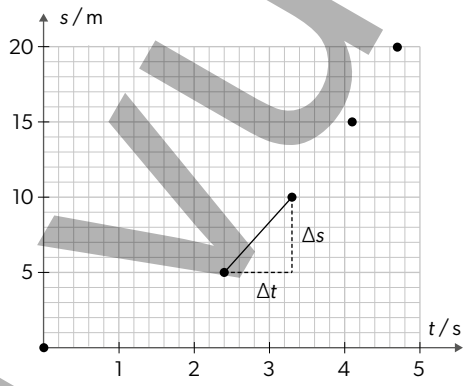
Når du er ute og går til vanlig, tenker du nok ikke så mye på om farten din er konstant eller om den endrer seg mens du går. Ved hjelp av en datalogger med avstandssensor er det mulig å følge bevegelsen til en person. Mål opp en passende strekning, for eksempel ti meter, og prøv dette:

Gå ti meter med konstant fart lik 1,0 m/s.

Gå ti meter med konstant akselerasjon.

Hvordan kan du finne ut om farten din virkelig var konstant i det første tilfellet, og om du hadde konstant akselerasjon i det andre tilfellet?

I kapittel 1A framstilte vi sykkelens bevegelse ned bakken grafisk. Den grafiske framstillingen hadde den fordelen at vi ved å se på stigningen til kurven kunne avgjøre farten til sykkelen.



Når vi finner stigningstallet mellom to punkter på en kurve, må vi dele endringen langs andreaksen (posisjonen) med endringen langs førsteaksen (tiden). Enheten til stigningstallet blir da meter per sekund. Denne sammenhengen gjelder generelt. Når vi finner stigningstallet til en kurve, vil enheten til stigningstallet alltid være lik enheten til andreaksen delt på enheten til førsteaksen. Vi skal nå se nærmere på tre ulike måter vi kan framstille en bevegelse grafisk.

Tilvurdering

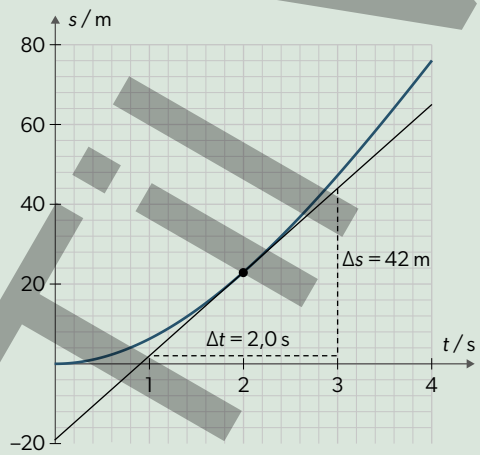
Posisjon og tid

I sykkeleksemplet ble bevegelsen framstilt med posisjonen langs andreaksen og tiden langs førsteaksen. En slik grafisk framstilling kaller vi en *posisjonsgraf*. I slike tilfeller kan vi altså finne gjennomsnittsfarten mellom to punkter ved å finne stigningstallet mellom de to punktene på grafen.

Fra matematikken vet du at den deriverte til en funksjon i et punkt tilsvarer stigningstallet til tangenten i dette punktet. Det kan vi utnytte dersom vi har bevegelsen framstilt grafisk. Vi kan finne momentanfarten til en gjenstand ut fra en posisjonsgraf ved å tegne inn tangenten og deretter finne stigningstallet til tangenten.

EKSEMPEL 12 **Gepardens jakt**

Geparden er verdens raskeste pattedyr. Den kan komme opp i en fart på 110 km/h. Grafen under viser et eksempel på posisjonen til en gepard i fullt sprang mot et bytte. Ved å legge inn en tangent på grafen ved $t = 2{,}0$ s kan vi finne farten til geparden ved dette tidspunktet:



Stigningstallet til tangenten er 42 m / 2,0 s = 21 m/s. Etter 2,0 s har geparden oppnådd en fart på 21 m/s. Det tilsvarer omtrent 76 km/h!

Gjennomsnittsfarten de fire første sekundene er

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{76\text{ m} - 0\text{ m}}{4{,}0\text{ s} - 0{,}0\text{ s}} = \frac{76\text{ m}}{4{,}0\text{ s}} = 19\text{ m/s}$$

Til vurdering

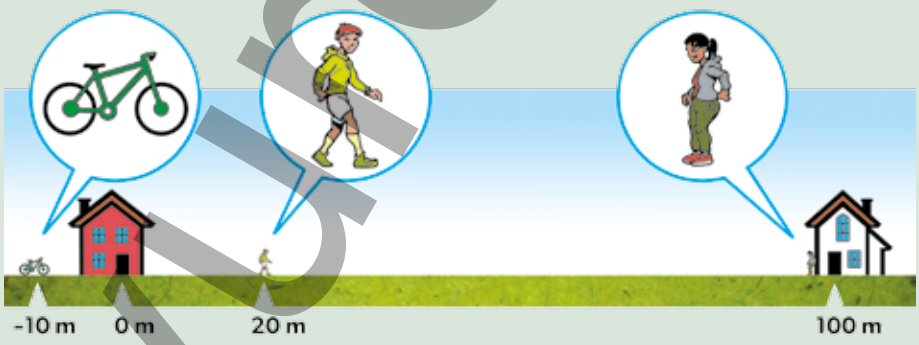
1.12

Bruk posisjonsgrafen fra eksempel 12 ovenfor til å finne farten til geparden ved $t = 0{,}0$ s og $t = 3{,}5$ s.

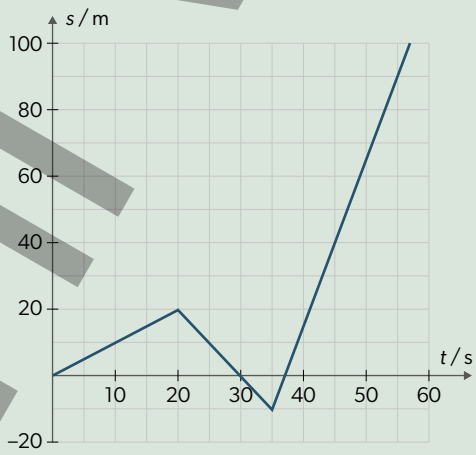
I kapittel 1B så vi at posisjon og fart kan være både positive og negative størrelser. Det betyr at posisjonsgrafer kan ha negative verdier, og at stigningstallet til en posisjonsgraf ikke nødvendigvis er positivt. Når vi skal tallfeste posisjoner og bevegelse, har vi bestemt oss for et punkt der $s = 0$ m, og hvilken retning som er positiv. En negativ verdi i en posisjonsgraf betyr ganske enkelt at gjenstanden befinner seg på motsatt side av $s = 0$ m i forhold til positiv retning. Negativt stigningstall betyr at farten er negativ, altså at farten har motsatt retning av det som er definert som positiv retning.

EKSEMPEL 13 Fram og tilbake er like langt

Martin er på vei til Sadia i sitt sedvanlige tempo på 1,0 m/s. Etter 20 m bestemmer han seg for heller å bruke sykkelen, som står parkert 10 m bak huset, og sykle til Sadia. Han skynder seg tilbake til sykkelen med farten 2,0 m/s, og sykler så hele veien til Sadia med farten 5,0 m/s. Som du sikkert husker, ligger huset til Sadia 100 m fra huset til Martin.



Denne turen kan vi representere grafisk på denne måten:



Tilvisning

1.13

a Er det tidspunkter på turen til Martin der posisjon og fart har motsatt fortegn? Hvilken vei i forhold til huset sitt beveger Martin seg da?

b Hvor stor er gjennomsnittsfarten til Martin de første 30 sekundene?

c Sparte Martin tid på å hente sykkelen framfor å gå hele veien til Sadia?

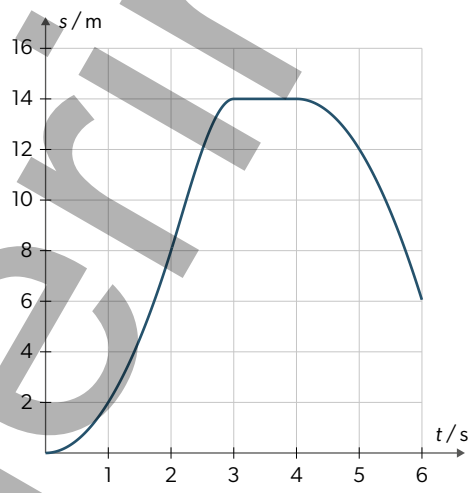
1.14

Grafen til høyre viser posisjonen til en gjenstand som funksjon av tiden.

a Finn gjennomsnittsfarten for hele bevegelsen.

b Finn momentanfarten til gjenstanden ved tiden $t = 2{,}0$ s og ved tiden $t = 5{,}0$ s.

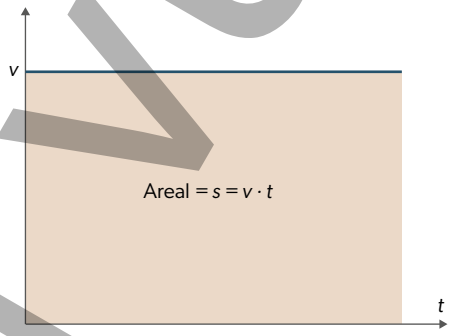
c Når står gjenstanden i ro?



Fart og tid

En *fartsgraf* viser farten som funksjon av tiden. Den deriverte av farten til en gjenstand gir oss akselerasjonen til gjenstanden. Det betyr at stigningstallet til en fartsgraf gir oss akselerasjon.

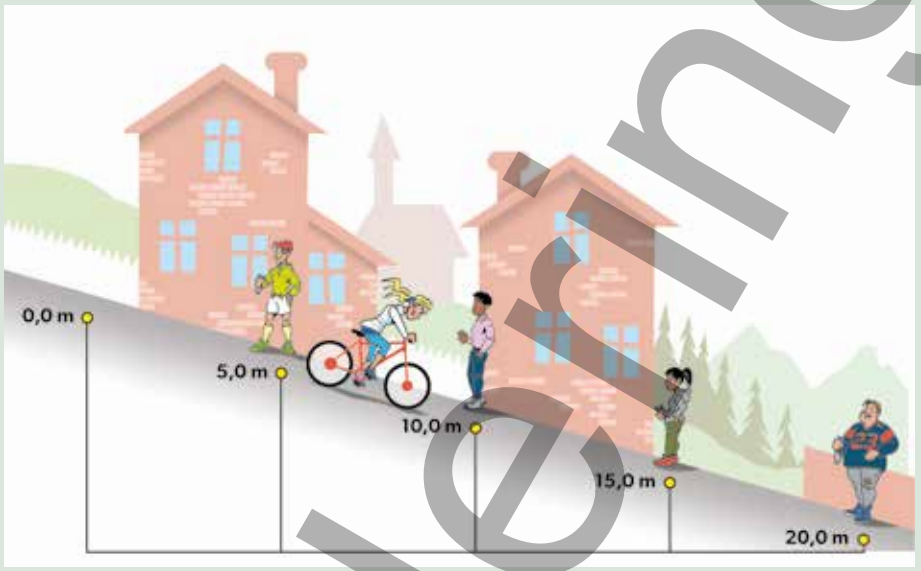
Dersom en gjenstand har konstant fart v i tidsrommet t, vil fartsgrafen være en horisontal linje:



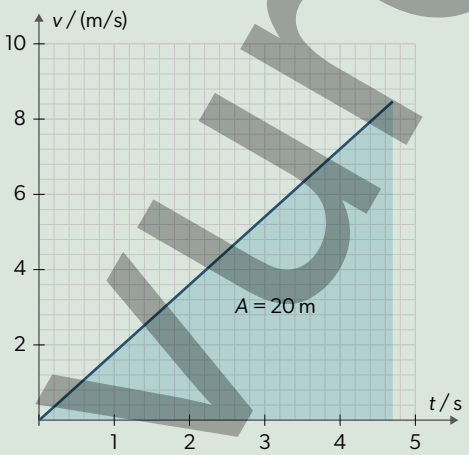
Med konstant fart vil den tilbakelagte strekningen være $s = v \cdot t$. Det er det samme som arealet under grafen. Vi kan altså finne endringen i posisjon ved å se på arealet under fartsgrafen. Dette gjelder ikke bare for konstant fart, men også hvis farten varierer.

Tilvurdering

EKSEMPEL 14 Fartsgraf for sykkelturen



I eksempel 5 i kapittel 1B fant vi ut at farten til Nora da hun trillet ned bakken, var $v(t) = 1{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t$. Presentert grafisk ser det slik ut:



Grafen gir en rett linje med stigningstall 1,8 m/s^2. Dette er den samme akselerasjonen som vi fant i kapittel 1B. Når fartsgrafen er en rett linje, har vi altså konstant akselerasjon.

Dersom vi undersøker arealet under fartsgrafen, får vi at det er $\frac{1}{2} \cdot 4{,}7\ \text{s} \cdot 8{,}5\ \text{m/s} = 20\ \text{m}$. Arealet tilsvarer posisjonsendringen til Nora på vei ned bakken. Som vi vet fra tidligere, var bakken 20 m lang.

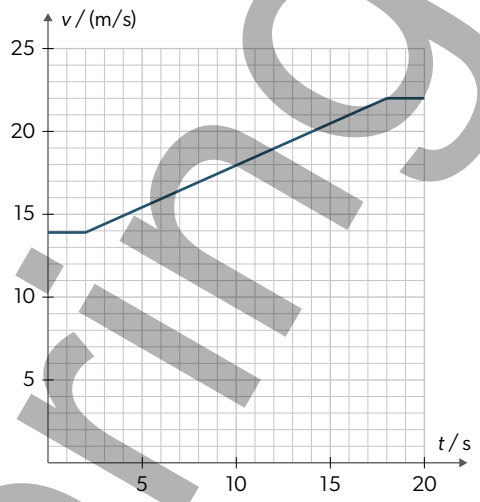
Tilvurdering

1.15

En bil kjører i en 50-sone før den kommer inn i en 80-sone. Grafen til høyre viser farten som funksjon av tiden.

a Hvor stor er bilens akselerasjon i tidsrommet fra 2,0 s til 18 s?

b Hvor langt kommer bilen i hele tidsrommet fra 0,0 s til 20 s?



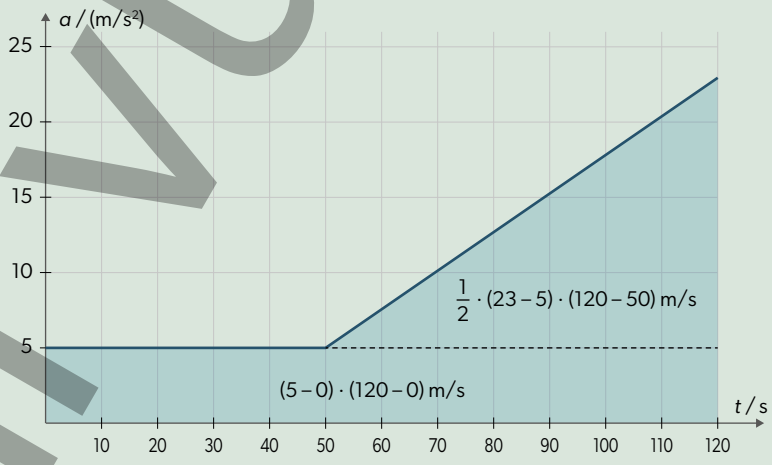
Akselerasjon og tid

På samme måte som arealet under en fartsgraf gir oss posisjonsendringen, vil arealet under en *akselerasjonsgraf* gi oss fartsendringen. Legg merke til at det bare er *endringen* i fart vi får på denne måten. Vi kan ikke si noe om startfarten ut fra grafen, bare hvor mye farten har endret seg.

EKSEMPEL 15

Falcon Heavy

Du har kanskje sett en video av en romrakett som tar av fra jorda? Store raketter som skal langt utenfor jordas atmosfære, består for det meste av drivstoff. Etter hvert som drivstoffet blir brukt opp, blir raketten lettere og akselerasjonen øker. Grafen nedenfor viser akselerasjonen til romraketten Falcon Heavy fra selskapet SpaceX i de første to minuttene etter oppskytningen.



a Finn farten til raketten etter 120 s.

b Lag en fartsgraf av bevegelsen til raketten.

Tilvurdering

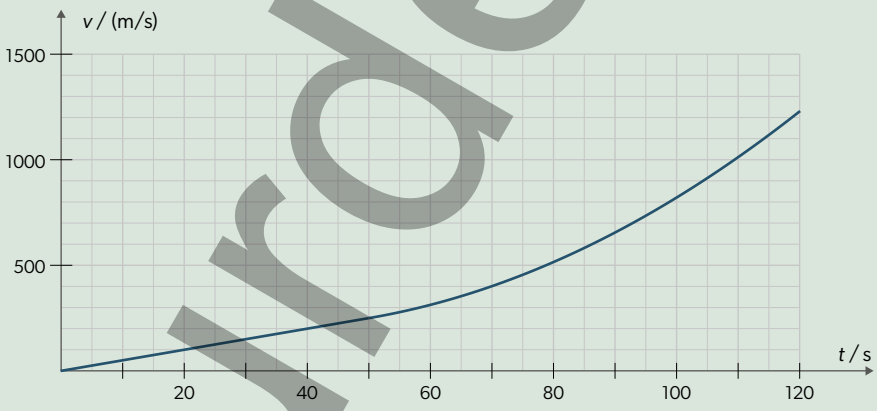
EKSEMPEL 15 FORTS. *Løsning:*

a Ved å dele inn arealet under grafen i to deler finner vi at fartsendringen i løpet av de første 120 sekundene er

$$(5-0)\cdot(120-0)\text{ m/s}+\tfrac{1}{2}\cdot(23-5)\cdot(120-50)\text{ m/s}=1230\text{ m/s}$$

Siden raketten sto i ro ved $t=0$ s, kan vi konkludere med at farten etter 120 s er 1230 m/s.

b I de første 50 sekundene er akselerasjonen konstant. Det betyr at fartsgrafen er en rett linje med stigningstall 5 m/s^2. Mellom 50 s og 120 s øker akselerasjonen lineært. Da må fartsgrafen stige brattere og brattere, og til slutt ende med et stigningstall på 23 m/s^2. Vi vet også at farten skal starte på 0 m/s og ende på 1230 m/s etter 120 s. Grafen blir dermed seende slik ut:



1.16

Nora trillet ned bakken med en konstant akselerasjon på 1,8 m/s^2.

a Presenter akselerasjonen til Nora grafisk for de 4,7 sekundene hun brukte ned bakken.

b Bruk akselerasjonsgrafen til å finne farten til Nora nederst i bakken.

Til vurdering

1D Konstant akselerasjon

Fire likninger som beskriver bevegelsen

Da vi undersøkte farten Nora hadde på sykkelen ned bakken, fant vi ut at Nora økte farten like mye hvert sekund. Hun hadde *konstant akselerasjon*. I tilfeller med konstant akselerasjon kan vi matematisk beskrive bevegelsen ved hjelp av fire likninger. Utledningen av bevegelseslikningene finner du til slutt i dette delkapitlet.

VIKTIG!

Bevegelseslikningene for konstant akselerasjon

For rettlinjet bevegelse med konstant akselerasjon a er

$$v = at + v_0 \quad \text{(fartslikningen)}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2}t \quad \text{(posisjonslikning 1)}$$

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t \quad \text{(posisjonslikning 2)}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad \text{(tidløs likning)}$$

Her er s og v posisjonen og farten ved tiden t og v_0 er farten når $t = 0$. v_0 kaller vi gjerne startfarten.

Når vi bruker disse likningene, er det viktig at vi har klart for oss hva som er positiv retning for bevegelsen. Det er ikke alltid slik at alle størrelsene er positive. Likningene tar utgangspunkt i at $s = 0$ når $t = 0$.

EKSEMPEL 16 **Akselerasjon ned bakken (igjen!)**

Vi ser igjen på eksempel 7, med sykling ned en bakke. Vi fant ut at Nora hadde konstant akselerasjon ned bakken. Akselerasjonen var 1,8 m/s^2, og bevegelsen foregikk langs en rett linje. Dermed er betingelsene for å benytte likningene ovenfor oppfylt.

Siden sykkelen starter fra ro, er startfarten $v_0 = 0{,}0$ m/s. Vi velger positiv retning nedover bakken. Akselerasjonen har retning nedover bakken, og er dermed positiv.

Tilvurdering

EKSEMPEL 16 FORTS. Fartslikningen gir da

$$s = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t^2 + 0{,}0\ \text{m/s} \cdot t$$
$$s = 0{,}90\ \text{m/s}^2 \cdot t^2$$

Dette er den samme likningen som vi fant ved regresjon i kapittel 1A.

TENK SOM EN FYSIKER

Å regne med fart og akselerasjon

Bevegelseslikningene for konstant akselerasjon gir deg mulighet til å beregne posisjon, fart, akselerasjon og tid for mange ulike situasjoner. I oppgaver som handler om bevegelse, vil du ofte få bruk for disse likningene. Det første du bør gjøre, er å skaffe deg oversikt over situasjonen og alle størrelsene. Da vil det ofte være lurt å lage en figur og skrive opp alle opplysningene du har om bevegelsen. Noen størrelser vil stå direkte i teksten, mens andre størrelser må du tenke deg fram til. Når du for eksempel får vite at en gjenstand stanser opp, må farten nødvendigvis være null ved slutten av bevegelsen.

Når du har fått en oversikt over hvilke størrelser du kjenner, vil vanligvis en av bevegelseslikningene inneholde tre kjente og en ukjent størrelse. Ved å løse likningen med hensyn på den ukjente størrelsen og deretter sette inn de kjente verdiene, har du kommet et steg videre i prosessen, kanskje til og med løst hele oppgaven.

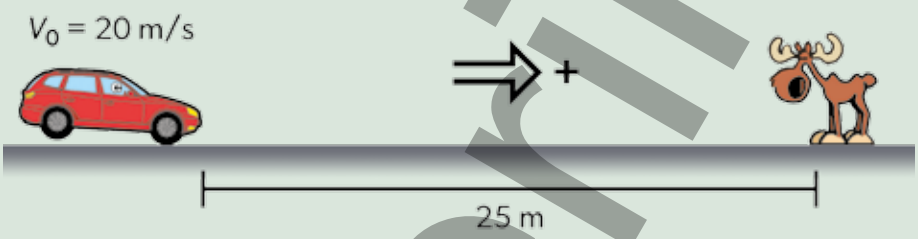
Husk at likningene bare gjelder i situasjoner der akselerasjonen er konstant. Det kan jo også tenkes at farten er konstant i hele eller deler av bevegelsen. I så fall kan du benytte sammenhengen $v = s / t$.

Når du har kommet fram til en løsning på oppgaven, må du vurdere om svaret du har kommet fram til, virker rimelig. Det er lett å gjøre en regnefeil underveis. Stusser du på om svaret kan være riktig, er det lurt å sjekke utregningen en gang til.

Tilvurdering

EKSEMPEL 17 **Negativ akselerasjon**

En bil kjører i 20 m/s da føreren oppdager en hindring i veibanen. Føreren trykker inn bremsepedalen, og det fører til at bilen stopper etter 25 m. Vi går ut fra at akselerasjonen er konstant. Hvor stor er akselerasjonen til bilen?



Løsning:
Det første vi gjør, er å velge positiv retning. Vi lar bilens bevegelsesretning være positiv, slik at startfarten v_0 er positiv. Etter 25 m har bilen stoppet opp. Dermed vet vi at sluttposisjonen s er 25 m, og at sluttfarten v er 0 m/s. Vi skal finne akselerasjonen.

Oppsummert:
Vi vet: $v_0 = 20$ m/s, $v = 0$ m/s, $s = 25$ m
Vi skal finne: a

Det er bare én av likningene som inneholder alle disse fire størrelsene, nemlig den tidløse likningen. Vi løser likningen med hensyn på a før vi setter inn de verdiene vi kjenner:

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0^2 - 20^2}{2 \cdot 25}\ \text{m/s}^2 = -8{,}0\ \text{m/s}^2$$

Bilens akselerasjon er $-8{,}0$ m/s^2. Det negative fortegnet forteller oss at akselerasjonen foregår mot positiv retning, altså mot bilens bevegelsesretning.

Til vurdering

UTFORSK!

Fullstendige bevegelseslikninger

Bevegelseslikningene for konstant akselerasjon inneholder startfart og sluttfart. De inneholder posisjon, *s*, men ikke startposisjon. Hva kan grunnen være til det?

Vi skiller heller ikke mellom startakselerasjon og sluttakselerasjon. Hvorfor ikke?

I noen situasjoner kan det være en fordel å ikke starte bevegelsen i posisjonen $s = 0$. Da må vi bytte ut s i bevegelseslikningene med $s - s_0$, der s_0 er startposisjonen, altså posisjonen ved tiden $t = 0$.

UTFORSK!

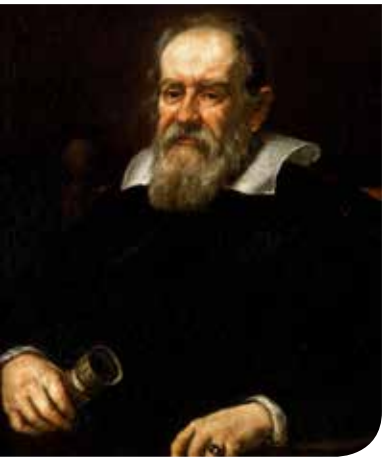
Fritt fall

Ta et viskelær (eller en penn) ut av pennalet ditt. Hold viskelæret og pennalet like høyt over gulvet før du slipper dem samtidig. Hva treffer gulvet først? Det lette viskelæret eller det noe tyngre pennalet? Gjør deg opp en mening før du slipper.

Hadde du sluppet en fjær og en hammer mot gulvet samtidig, ville hammeren åpenbart ha truffet gulvet først. Fjæra er mye lettere enn hammeren. Både fjæra og hammeren opplever luftmotstand på vei ned. Fordi fjæra er så lett, blir bevegelsen til fjæra kraftig påvirket av luftmotstanden, mens

David Scott som var med til månen med Apollo 15 gjorde et forsøk der han slapp en fjær og en hammer samtidig mot bakken. Uten luftmotstand, det er nemlig ikke luft på månen, falt fjæra og hammeren like fort.

Til vurdering



Galileo Galilei (1564–1642)

hammeren beveger seg nesten upåvirket av luftmotstanden. For tunge, kompakte gjenstander som beveger seg med moderat fart, betyr luftmotstanden lite. Da forenkler vi ofte situasjonen og ser helt bort fra luftmotstanden. I kapittel 2 skal du lære mer om luftmotstand og tydeligere vurdere når den er avgjørende eller ikke for bevegelsen.

I situasjonen med viskelæret og pennalet er farten såpass lav at luftmotstanden ikke spiller noen rolle. Da vil alle gjenstander akselerere like fort mot bakken. Denne akselerasjonen kaller vi *tyngdeakselerasjonen*, og vi skriver den med symbolet g. Ved jordoverflaten er denne akselerasjonen i gjennomsnitt gitt ved $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Galileo Galilei gjorde mange forsøk knyttet til bevegelse og fant ut at alle gjenstander akselererer like fort mot bakken.

VIKTIG!

Tyngdeakselerasjon

Når en gjenstand faller ved jordoverflaten og vi kan se bort fra luftmotstanden, har gjenstanden akselerasjonen $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ mot bakken.

I kapittel 2 skal du lære hvorfor alle gjenstander faller med samme akselerasjon mot bakken når vi kan se bort fra luftmotstanden.

EKSEMPEL 18 **Fritt fall**

Vi slipper en stein fra høyden 2,0 m over bakken. Hvor lang tid tar det fra steinen slippes til den treffer bakken?

Løsning:
Vi velger positiv retning nedover. Siden steinen er i ro når vi slipper den, har den startfarten $v_0 = 0$ m/s. Når steinen treffer bakken, er posisjonen $s = 2{,}0$ m. Akselerasjonen er $a = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Posisjonslikning 2 inneholder de størrelsene vi kjenner, og den vi er på jakt etter.

Siden v_0 er null, kan vi fjerne dette leddet fra uttrykket. Vi står da igjen med $s = \frac{1}{2}at^2$. Vi løser likningen med hensyn på t og får

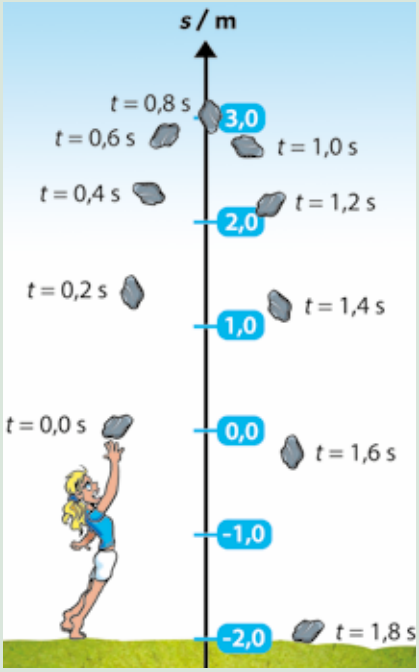
$$t = \pm\sqrt{\frac{2s}{a}} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}0\,\text{m}}{9{,}81\,\text{m/s}^2}} = \pm 0{,}64\ \text{s}$$

Den negative løsningen gir ikke mening her, siden vi slapp steinen ved $t = 0$ s. Vi beholder bare den positive løsningen.

Steinen bruker 0,64 s på å falle ned til bakken.

Tilvurdering

EKSEMPEL 19



Vertikalt kast

I stedet for å slippe steinen, kaster vi den opp i lufta fra en høyde på 2,0 m. Steinen bruker 1,8 s fra vi kaster den til den treffer bakken.

a Hvor stor er farten til steinen når den treffer bakken?

b Hvor høyt over bakken kom steinen?

Løsning:

a Vi må velge positiv retning. Denne bevegelsen foregår først oppover og så nedover. Da er det ikke så lett å vite hva som er et godt valg. Men siden bevegelsen starter oppover, kan vi godt la den positive retningen være oppover.

Det er ingen likning som både inneholder t, s og a, og som i tillegg gir oss sluttfarten. Da må vi først finne startfarten v_0, som er farten vi kaster steinen opp i været med. Vi bruker posisjonslikning 2:

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$v_0 = \frac{s - \frac{1}{2}at^2}{t} = \frac{-2{,}0 - \frac{1}{2}\cdot(-9{,}81)\cdot 1{,}8^2}{1{,}8}\ \text{m/s} = 7{,}7\ \text{m/s}$$

Nå som vi har funnet startfarten, kan vi bruke fartslikningen til å finne sluttfarten:

$$v = at + v_0 = (-9{,}81 \cdot 1{,}8 + 7{,}7)\ \text{m/s} = -10\ \text{m/s}$$

Når steinen treffer bakken, er farten negativ. Det er som forventet, siden vi har valgt positiv retning oppover. Steinen har farten –10 m/s når den treffer bakken.

b På toppen av banen er farten 0 m/s. Vi kjenner nå startfarten og kan bruke den tidløse bevegelseslikningen til å finne posisjonen i toppen av banen:

$$\cancel{v^2} - v_0^2 = 2as$$

Vi stryker v^2 siden den er 0.

$$s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-7{,}7^2}{2\cdot(-9{,}81)}\ \text{m} = 3{,}0\ \text{m}$$

Siden steinen starter 2,0 m over bakken, er det høyeste punktet 5,0 m over bakken.

Tilvurdering

1.17

En luftgeværkule har farten 200 m/s når den skytes ut fra geværet. Vi skyter en kule rett opp i lufta. Se bort fra luftmotstanden.

a Hvor høyt kommer kula?

b Hvor lang tid tar det fra vi skyter ut kula til den kommer ned igjen til bakken?

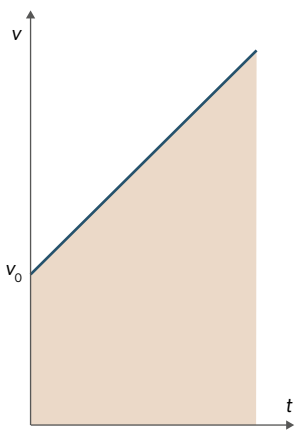
c Hvor stor er farten til kula når den er 1,02 km oppe i lufta?

d Er det rimelig å se bort fra luftmotstanden i denne oppgaven?

Utledning av bevegelseslikningene

Fartslikningen: Gjennomsnittsakselerasjon er definert som $\overline{a} = \Delta v/t$, der t er den tiden fartsendringen tar. Med konstant akselerasjon har vi at $\overline{a} = a$, og vi kan skrive $at = \Delta v$. Fartsendringen er gitt ved $\Delta v = v - v_0$. Dette gir $at = v - v_0$, eller $v = at + v_0$.

Posisjonslikning 1: I løpet av tiden t endrer farten seg fra v_0 til v med konstant akselerasjon a. Vi kan da bruke uttrykket fra fartslikningen til å framstille farten som funksjon av tiden grafisk:



Arealet under trapeset tilsvarer posisjonsendringen i tidsrommet t. Trapeset har grunnlinje t og høydene v_0 og v. Dermed blir endringen i posisjon $s = \frac{1}{2}(v_0 + v) \cdot t$. Faktoren $\frac{1}{2}(v_0 + v)$ er det samme som *gjennomsnittsfarten* i tidsrommet t. Posisjonsendringen er altså lik gjennomsnittsfarten multiplisert med tiden.

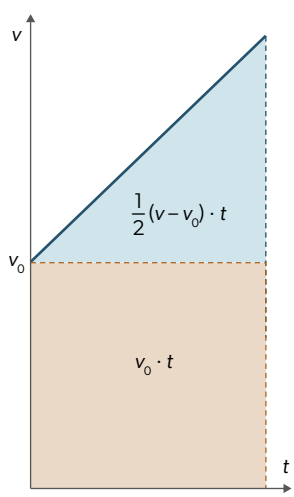
Posisjonslikning 2: Dersom vi bytter ut v i posisjonslikning 1 med fartslikningen, får vi dette uttrykket:

$$s = \frac{v_0 + (at + v_0)}{2} \cdot t$$

Løser vi opp brøken, får vi

$$s = \frac{at + 2v_0}{2} \cdot t = \frac{at^2}{2} + \frac{2v_0 t}{2} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

Vi kan også benytte den figuren vi brukte til å forklare posisjonslikning 1, til å vise sammenhengen. Det gjør vi ved å dele opp figuren slik:



Tilvurdering

Vi ser at trapeset består av et rektangel med bredde t og høyde v_0 og en trekant med grunnlinje t og høyde $v - v_0$. Legger vi sammen disse to arealene, får vi $s = \frac{1}{2}(v - v_0)t + v_0 t$. Siden akselerasjonen er konstant, tilsvarer $a \cdot t$ fartsendringen $v - v_0$. Dermed får vi $s = \frac{1}{2}at \cdot t + v_0 t = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$.

I tillegg vet vi at den deriverte av posisjonen er et uttrykk for farten. Vi kan undersøke om dette stemmer ved å derivere posisjonslikning 2:

$$s' = v = \left(\tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t\right)' = \tfrac{1}{2}a \cdot 2t + v_0 = at + v_0$$

Dette kjenner vi igjen fra fartslikningen.

Tidløs likning: Den siste likningen finner vi ved å løse fartslikningen og posisjonslikning 1 med hensyn på tiden t, som gir

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad \wedge \quad t = \frac{2s}{v_0 + v}$$

Vi setter disse uttrykkene lik hverandre:

$$\frac{v - v_0}{a} = \frac{2s}{v + v_0} \quad \Rightarrow \quad (v - v_0)(v + v_0) = 2as$$

Vi kjenner igjen $(v - v_0)(v + v_0)$ som konjugatsetningen (3. kvadratsetning). Dermed kan vi skrive

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Når du har lært mer om krefter og energi, vil du se at denne likningen er nært knyttet til bevegelsesenergien til en gjenstand.

1.18

Kan du finne en likning som gjelder ved konstant akselerasjon, og som inneholder s, t, a og v?

Til vurdering

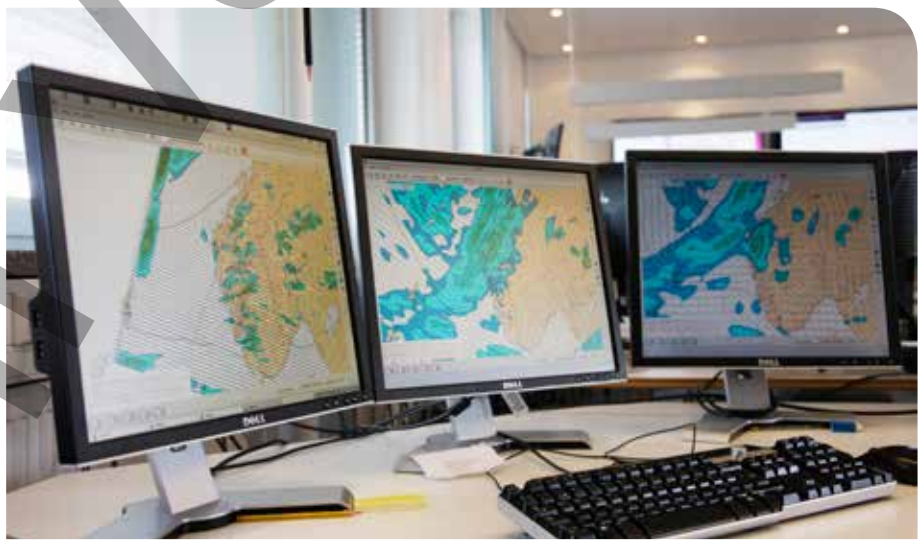
1E Simulering av bevegelse

Når den analytiske matematikken ikke strekker til

Fysikk handler i stor grad om å forstå og beskrive naturen så nøyaktig som mulig. Denne kunnskapen kan vi bruke til å forutsi hvordan verden oppfører seg når startbetingelsene er kjente. I noen tilfeller kan vi relativt enkelt regne ut resultatet med stor nøyaktighet ved hjelp av noen likninger. Andre ganger er systemene så kompliserte at settet av likninger blir for stort, eller vi har rett og slett ikke matematiske metoder som lar oss løse likningene.

Når Meteorologisk institutt melder været, baserer de seg på *simuleringer* som tar utgangspunkt i målinger av blant annet trykk, temperatur og luftfuktighet ulike steder i verden. For å kunne beregne utviklingen av værsystemet, blir området det skal meldes vær for, delt inn i mindre ruter. Deretter tar datamaskinen for seg hver rute og beregner hvordan de omliggende rutene påvirker denne ruta en liten stund fram i tid. De nye verdiene danner grunnlaget for videre beregninger. Slik fortsetter simuleringen helt til det til slutt dannes et bilde av hvordan været blir neste dag eller en uke fram i tid.

Et dataprogram som lager værprognoser, er veldig komplekst. Vi skal holde oss til enklere problemstillinger i denne boka. Alle programmene i boka finner du på Aunivers.no. Der finner du også flere programmeringsutfordringer enn de som er presentert her i boka.



Tilvurdering

Iterasjon

Hvordan ville du ha regnet ut 3 · 5 hvis du ikke kunne bruke multiplikasjon? Du har sikkert lært at det å legge sammen 5 tre ganger blir det samme som 3 · 5. *Iterasjon* svarer til at vi regner ut 3 · 5 ved å starte med 5, for deretter å legge til 5, som gir oss 10. Så legger vi til 5 én gang til, slik at vi til slutt får 15. Dette høres sikkert fryktelig tungvint ut. Men en datamaskin kan gjøre enkle regneoperasjoner svært raskt. Dessuten er det ikke alltid vi har noen metode for å regne ut svaret på et problem direkte.

Vi skal starte med et program som regner ut hvor langt en gjenstand kommer i løpet av en bestemt tid når gjenstanden beveger seg med konstant fart. Vi vil bruke dette enkle eksemplet til å introdusere programmering. Seinere skal vi utvide programmet til mer kompliserte og realistiske bevegelser.

EKSEMPEL 20 **Bevegelse med konstant fart**

En ball beveger seg med konstant fart $v = 5{,}0$ m/s. Hvor langt kommer ballen på 3,0 s?

Vi kan selvfølgelig regne ut svaret direkte: $s = vt = 5{,}0\ \text{m/s} \cdot 3{,}0\ \text{s} = 15\ \text{m}$. Men nå skal vi i stedet la datamaskinen regne seg gjennom bevegelsen i små steg.

```
# Programmet beregner tilbakelagt strekning for
# en gjenstand som beveger seg med konstant fart

# Informasjon om bevegelsen
v = 5.0  # farten til gjenstanden, m/s
s = 0.0  # startposisjon, m
t = 0.0  # starttid, s

# Simuleringsteknisk
dt = 0.1        # lengde på tidssteg, s
t_slutt = 3.0   # sluttid for simulering, s

# Løkka regner ut ny posisjon for hvert tidssteg
while t < t_slutt:
  s = s + v*dt  # beregner ny posisjon
  t = t + dt    # tiden økes med dt

# Skriver ut resultatet
print("t =", t, "  s =", s, "  v =", v)
```

Tilvurdering

EKSEMPEL 20 FORTS.

I de første linjene definerer vi startbetingelsene for bevegelsen. Størrelsen **dt** angir hvor store *tidssteg* vi ønsker å dele bevegelsen inn i. **t_slutt** angir når simuleringen skal avsluttes.

Deretter kommer selve simuleringen. Den består av en **while**-løkke som gjentar seg selv så lenge tidsvariabelen **t** er mindre enn sluttiden **t_slutt**.

I den første linjen i løkka beregner programmet hvor den nye posisjonen til ballen vil være **dt** sekunder seinere, altså 0,1 s seinere i dette tilfellet. Siden farten er konstant, kan vi bruke formelen $\Delta s = v \cdot \Delta t$. I programmet har vi kalt Δt for **dt**. På høyre side av likhetstegnet brukes den gamle posisjonen og farten til å beregne den neste posisjonen. Når det er gjort, oppdateres verdien av **s**.

Deretter oppdateres tiden ved at **dt** blir lagt til.

Den siste linjen i programmet skriver ut verdiene for **t**, **s** og **v**. Dette skjer ikke inne i løkka, så det er bare sluttverdiene fra simuleringen som presenteres.

1.19

Hva skjer dersom du flytter **print()**-funksjonen inn i **while**-løkka?

Simulering med konstant akselerasjon

I den forrige simuleringen var farten konstant gjennom hele simuleringen. Hva må vi gjøre hvis ballen akselererer? Åpenbart må vi oppgi en verdi for akselerasjonen. Siden ballen akselererer, endrer farten seg underveis. Vi benytter oss av den enkleste sammenhengen mellom fart og akselerasjon, $\Delta v = a \cdot \Delta t$, og legger dette inn i løkka slik at også farten oppdateres i hver iterasjon. Vi lar startposisjonen og startfarten være de samme som i eksempel 20. Men med akselerasjon $a = 2{,}0$ m/s^2 må vi legge til en ny startbetingelse:

```
a = 2.0 # akselerasjonen til gjenstanden, m/s^2
```

Tilvurdering

I tillegg må vi legge til en linje i **while**-løkka som beregner ny fart, **v = v + a*dt**:

```
while t < t_slutt:
    v = v + a*dt  # beregner ny fart
    s = s + v*dt  # beregner ny posisjon
    t = t + dt    # tiden økes med dt
```

1.20

En ball starter fra ro og har konstant akselerasjon lik 2,0 m/s^2.

a Lag en simulering som viser hvor langt ballen har kommet etter 5,0 s.

b Sammenlikn svaret fra oppgave a med en utregning ved hjelp av posisjonslikning 2:

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

c Hvor langt kommer ballen dersom vi setter **dt = 0.01**? Kommenter svaret.

1.21

Har det noen betydning for simuleringen om vi bytter om på rekkefølgen for beregning av ny fart og ny posisjon (de to første linjene i **while**-løkka)?

Grafisk framstilling av bevegelse

Vi har tidligere sett at det kan være hensiktsmessig å tegne grafer som viser bevegelse. Dette kan brukes til å forstå hvordan bevegelsen foregår. Hvis vi har et funksjonsuttrykk for bevegelsen, kan vi bruke en graftegner til å lage en grafisk framstilling. Men det er ikke alltid vi har et funksjonsuttrykk. Det gjelder for eksempel når vi jobber med simuleringer. Men har vi først laget en simulering av bevegelsen, er det ganske enkelt å tegne grafer i Python som viser både posisjon, fart og akselerasjon. Her skal vi benytte oss av biblioteket **pylab**, som enkelt lar oss framstille grafer ut fra datapunkter.

Til vurdering

EKSEMPEL 21 Konstant akselerasjon

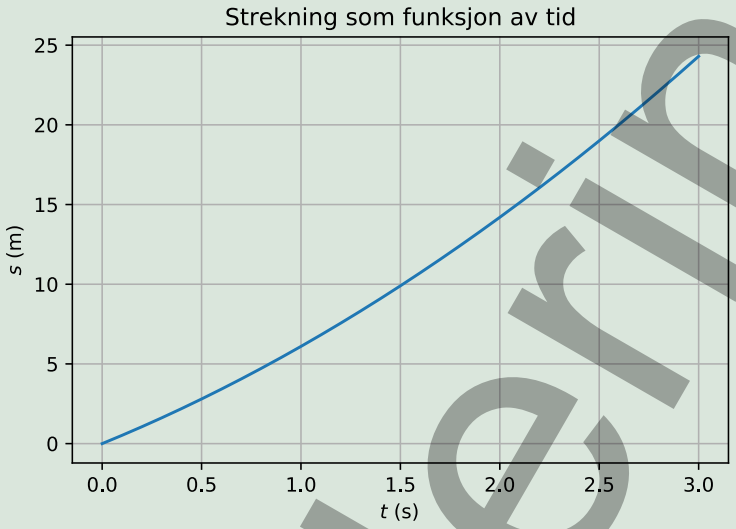
Vi tar utgangspunkt i samme program som tidligere, etter at vi har lagt til konstant akselerasjon. Vi lar startfarten være 5,0 m/s og akselerasjonen være 2,0 m/s^2, slik at beregningen av bevegelsen blir som før. Vi må bare legge til noen linjer for å ta vare på verdiene underveis i simuleringen, før vi tegner grafen.

```
1  from pylab import *
2
3  # Informasjon om bevegelsen
4  s = 0.0  # startposisjon, m
5  v = 5.0  # startfart, m/s
6  a = 2.0  # akselerasjon, m/s^2
7  t = 0.0  # starttid, s
8
9  # Simuleringsteknisk
10 t_slutt = 3.0     # sluttid, s
11 dt = 0.1          # lengde på tidssteg, s
12 t_verdier = [t]   # liste hvor verdiene av t legges inn
13 s_verdier = [s]   # liste hvor verdiene av s legges inn
14
15 # Løkka regner ut ny posisjon for hvert tidssteg
16 while t < t_slutt:
17     v = v + a*dt          # beregner ny fart
18     s = s + v*dt          # beregner ny posisjon
19     t = t + dt            # tiden økes med dt
20     t_verdier.append(t)   # legger t inn i tidslisten
21     s_verdier.append(s)   # legger s inn i posisjonslisten
22
23 # Tegning av graf
24 plot(t_verdier, s_verdier)              # lager grafen
25 title("Strekning som funksjon av tid")  # tittel på grafen
26 xlabel("$t$ (s)")                      # x-akse-tittel, $ gir kursiv
27 ylabel("$s$ (m)")                      # y-akse-tittel
28 grid()                                 # legger til rutenett
29 show()                                 # viser grafen
```

Den viktigste forskjellen fra tidligere er at vi for hver iterasjon legger de verdiene vi har regnet ut, inn i en liste. Når simuleringen er ferdig, bruker vi **`plot()`** og **`show()`** for å vise resultatet på skjermen.

Tilrettelagt

EKSEMPEL 21 FORTS. Resultatet av simuleringen ser slik ut:



1.22

Lag et program som simulerer en ball med startfart 0 m/s som beveger seg med konstant akselerasjon lik 4,0 m/s^2 i 5,0 s.

a La programmet tegne strekningen som funksjon av tiden.

b La programmet tegne farten som funksjon av tiden.

c La programmet tegne farten som funksjon av strekningen.

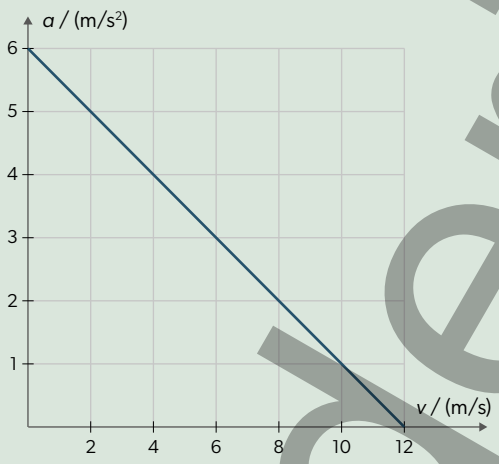
Ikke-konstant akselerasjon

Ved hjelp av datasimuleringer er vi ikke lenger bundet til situasjoner der akselerasjonen er konstant. Dersom vi ønsker å introdusere en akselerasjon som varierer, legger vi det til inne i løkka. Akselerasjonen som defineres i starten av programmet, må vi da regne som *startakselerasjon*.

Til vurdering

EKSEMPEL 22 Hundre meter sprint

En 100 m-løper har stor akselerasjon ut fra startblokka. Men etter hvert som farten øker, blir det stadig vanskeligere å løpe noe særlig fortere. La oss anta at akselerasjonen ut fra startblokka er 6,0 m/s^2, og at toppfarten er 12 m/s. Hvordan kan vi simulere denne bevegelsen?



Vi kan tenke oss at akselerasjonen synker lineært med farten etter hvert som farten øker. Matematisk blir sammenhengen $a(v) = -0{,}50\ \text{s}^{-1} \cdot v + 6{,}0\ \text{m/s}^2$. (Enheten s^{-1} betyr det samme som 1/s, altså «per sekund». Men siden vi ikke har en enhet i telleren, skriver vi det gjerne på potensform.)

Tilvurdering

EKSEMPEL 22 FORTS.

Nå må også ny akselerasjon beregnes for hver iterasjon i simuleringen. For å holde **while**-løkka så ryddig som mulig definerer vi en *funksjon* utenfor løkka der beregningen av akselerasjonen gjøres. Når funksjonen har beregnet akselerasjonen på bakgrunn av farten, returneres akselerasjonsverdien til beregningene i løkka.

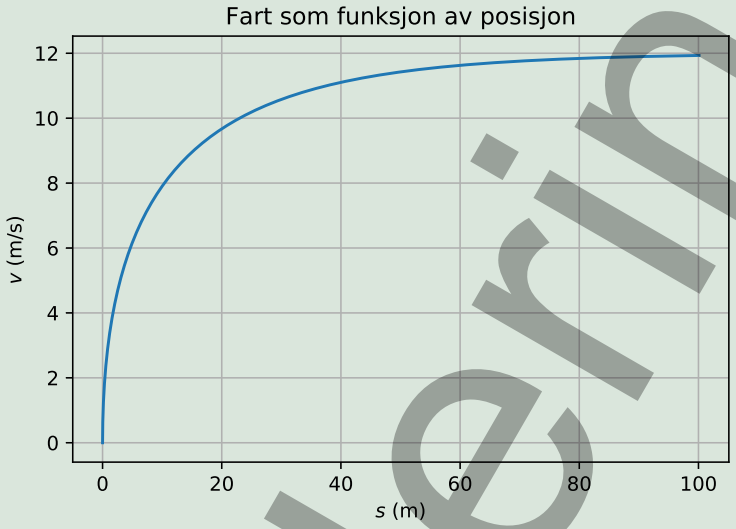
Det gir oss dette programmet:

```
# Programmet beregner bevegelsen til en 100-meter-løper
# som akselererer ut fra en startblokk. Bevegelsen
# presenteres som en v-s-graf.

from pylab import *

# Informasjon om bevegelsen
s = 0  # startposisjon, m
v = 0  # startfart, m/s
t = 0  # starttid, s

# Simuleringsteknisk
s_slutt = 100     # sluttposisjon, m
dt = 0.01         # lengde på tidssteg, s
s_verdier = [s]   # liste med verdier for posisjon
v_verdier = [v]   # liste med verdier for fart

def a(v):  # akselerasjonen er en funksjon av farten
  aks = -0.5*v + 6  # beregner akselerasjonen
  return aks        # returnerer akselerasjonen

# Løkka regner ut ny akselerasjon, fart og posisjon
# til løperen for hvert tidssteg
while s < s_slutt:        # etter 100 m er løpet over
    v = v + a(v)*dt       # beregner ny fart
    s = s + v*dt          # beregner ny posisjon
    t = t + dt            # øker tiden med dt
    s_verdier.append(s)   # legger s inn i posisjonslisten
    v_verdier.append(v)   # legger v inn i fartslisten

# Tegning av graf
plot(s_verdier, v_verdier)                # lager grafen
title("Fart som funksjon av posisjon")    # tittel på grafen
xlabel("$s$ (m)")                         # x-akse-tittel
ylabel("$v$ (m/s)")                       # y-akse-tittel
grid()                                    # viser rutenett
show()                                    # viser grafen
```

Tilmelding

EKSEMPEL 22 FORTS.

Resultatet av simuleringen gir oss denne grafen:



Vi ser at farten øker raskest de første meterne, mens på slutten av løpet er farten nesten uendret. Legg merke til at vi i dette tilfellet har posisjon på førsteaksen og fart på andreaksen. Da ser vi hvordan farten forandrer seg med posisjonen. Det betyr også at stigningstallet *ikke* representerer akselerasjonen til løperen.

1.23

a La programmet også skrive ut hvor lang tid løperen bruker på 100 m.

b Ta utgangspunkt i simuleringen ovenfor og tegn posisjonen som funksjon av tiden.

1.24

En bil kjører ut fra et lyskryss. Akselerasjonen til bilen de første ti sekundene følger funksjonen $a(t) = -0{,}40\ \text{m/s}^3 \cdot t + 4{,}0\ \text{m/s}^2$.

a Lag en simulering som viser farten til bilen som funksjon av tiden.

b Hvor langt kommer bilen i løpet av 10 s?

Til vurdering

SAMMENDRAG

Graf, formel og tekst

Matematiske uttrykk er ofte mer presise og mer effektive enn ord når vi arbeider med fysikk. Derfor er matematikk blitt fysikkens «språk».

Nøyaktigheten av en måling eller en verdi bestemmer hvor mange gjeldende sifre vi oppgir verdien med.

Det skal være like mange gjeldende sifre i svaret på en oppgave som den minst nøyaktige verdien som er brukt i utregningene.

En størrelse har både måltall og enhet.

Stigningstallet til tangenten i en posisjonsgraf gir oss momentanfarten.

Stigningstallet til tangenten i en fartsgraf gir oss momentanakselerasjonen.
Arealet under en fartsgraf gir oss endringen i posisjon.

Arealet under en akselerasjonsgraf gir oss endringen i fart.

Posisjon, fart og akselerasjon

Posisjon, fart og akselerasjon kan være både positive og negative. Du må selv velge hvilken retning som er positiv.

Gjennomsnittsfart er posisjonsendring delt på tid: $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$

Momentanfart er den deriverte av posisjonen: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t)$

Gjennomsnittsakselerasjon er fartsendring delt på tid: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

Momentanakselerasjon er den deriverte av farten: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t)$

Bevegelseslikningene for konstant akselerasjon

$v = at + v_0$	(fartslikningen)
$s = \frac{v + v_0}{2} t$	(posisjonslikning 1)
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$	(posisjonslikning 2)
$v^2 - v_0^2 = 2as$	(tidløs likning)

Dersom startposisjonen er noe annet enn 0, bytter vi ut s med $(s - s_0)$ i bevegelseslikningene.

Simulering av bevegelse

Iterasjon er en stegvis beregning av noe som endrer seg.

Startbetingelsene for simuleringen definerer vi i starten av programmet.

Størrelsen på tidssteget i iterasjonen er med på å bestemme hvor nøyaktig resultatet vil bli.

Tilvurdering

OPPGAVER

1A Fysikk som målefag

1.25

Enhetene nedenfor er avledede SI-enheter. Finn ut hvilke SI-enheter de er satt sammen av, og skriv enhetene ved hjelp av grunnleggende SI-enheter.

a Pascal, Pa
b Tesla, T
c Ohm, Ω
d Joule, J
e Hertz, Hz
f Lux, lx

1.26

a Hva står tidsenhetene µs og ms for?
b Hva står lengdeenhetene nm og km for?
c Til sjøs brukes fremdeles knop som enhet for fart. En knop er en nautisk mil per time. Finn ut hvor lang en nautisk mil er, og regn om knop til meter per sekund.
d Et lysår er $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m. Finn ut hvordan vi kommer fram til det.
e Vår nærmeste stjerne, Proxima Centauri, er 4,27 lysår unna. Hvor mange kilometer er det?

1.27

Vi kaster en ball opp i lufta og måler hvor høyt ballen er over bakken ved hjelp av en datalogger. Vi får disse verdiene:

t (s)	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
s (m)	1,20	2,00	2,42	2,43	2,06	1,29	0,14

a Legg verdiene inn i et koordinatsystem.
b Finn en funksjon som passer med dataene.
c Når er farten til ballen 0 m/s?
d Hvor stor er akselerasjonen til ballen?

1.28

Et tropisk år er tiden fra et vårjevndøgnpunkt til det neste. Det er 31 556 927 s. Hvor mange døgn er det, oppgitt med riktig antall sifre?

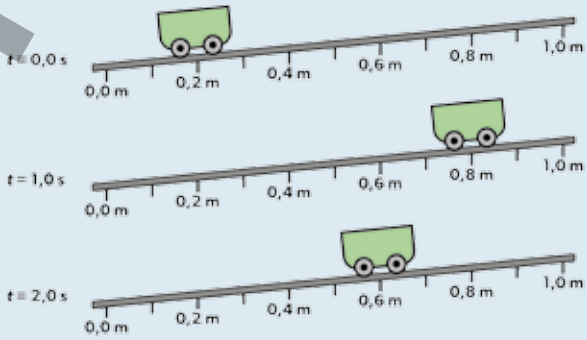
1.29

Galilei innførte observasjon og eksperimenter som en viktig del av naturvitenskaplig metode. To sitater fra Galilei:
«Mål det som kan måles, og gjør målbart det som ikke kan måles.»
«Naturens bok er skrevet i et matematisk språk.»

Hva kan Galilei ha ment med dette?

1.30

Figuren viser tre bilder av en vogn som triller på et skråplan. Bildene er tatt med 1,00 s mellomrom.



a Hvor stor er gjennomsnittsfarten til vogna mellom bilde 1 og 2 og mellom bilde 2 og 3?
b Hvor stor er gjennomsnittsfarten fra bilde 1 til bilde 3?

Tilvurdering

1.31

Sadia prøver å finne ut hvor lang tid det tar fra hun slipper en penn fra kanten av et bord og til den treffer gulvet. Hun gjentar målingen fem ganger og får disse resultatene:

t (s)	0,38	0,41	0,43	0,35	0,40

Hva er gjennomsnittsverdien av målingene, og hvor mange gjeldende sifre er det naturlig å oppgi gjennomsnittsverdien med?

1B På rett vei

1.32

En bilist passerer et skilt som viser at det er 48 km igjen til reisemålet. «Da er jeg framme om 48 minutter», tenker bilisten. Hvilken gjennomsnittsfart (i km/h) regner hun med å holde?

1.33

a Knut bruker 20 minutter på å gå til studiestedet. Han har en gjennomsnittsfart på 1,8 m/s. Hvor lang vei har Knut?

b Nora bor 3,2 km fra studiestedet og sykler med farten 7 m/s. Hvor mange minutter bruker hun?

c Elias løper med farten 4,0 m/s til busstoppet som er 250 m hjemmefra, før han tar bussen, en strekning på 5,3 km. Bussen bruker 10 minutter før den er framme. Deretter går Elias med farten 1,5 m/s i 4,0 minutter før han er framme ved studiestedet. Hvor stor er gjennomsnittsfarten til Elias fra han drar hjemmefra og til han er fremme?

1.34

En astronaut svever i verdensrommet med en fart på 5,0 m/s vekk fra romstasjonen. Han setter på rakettmotoren slik at han akselererer med 0,25 m/s^2 mot romstasjonen.

a Finn farten og fartsretningen til astronauten ved tiden 10 s.

b Hvor lang tid tar det før astronauten er på vei tilbake mot romstasjonen?

1.35 ♦

Knut og Sadia har laget en hoppbakke. Ovarennet er 15 m langt, og da Martin setter utfor, tar de tiden til han har kommet halvveis ned bakken, og til han er på hoppkanten. De måler tidene til 2,2 s og 3,2 s.

a Legg inn verdiene for tiden og posisjonen til Martin i et koordinatsystem med tiden på førsteaksen og posisjonen på andreaksen.

b Hvor stor er gjennomsnittsfarten til Martin på veien ned ovarennet?

c Hvor stor er gjennomsnittsfarten i den første halvdelen og i den andre halvdelen av ovarennet?

d Kan du avgjøre om akselerasjonen til Martin er konstant?

e Kan du vite noe om farten til Martin på hoppkanten?

1.36

Et tog starter i ro fra stasjonen. Farten til toget de første 60 s etter avgang er gitt ved $v(t) = -0{,}002\ \text{m/s}^3 \cdot t^2 + 0{,}25\ \text{m/s}^2 \cdot t$.

a Hvor stor fart har toget etter 30 s og etter 60 s?

b Lag en funksjon som viser akselerasjonen til toget som funksjon av tiden.

c Hvor stor er akselerasjonen til toget ved 0 s, 30 s og 60 s?

d Hvor stor er gjennomsnittsakselerasjonen i de første 60 sekundene?

Tilvurdering

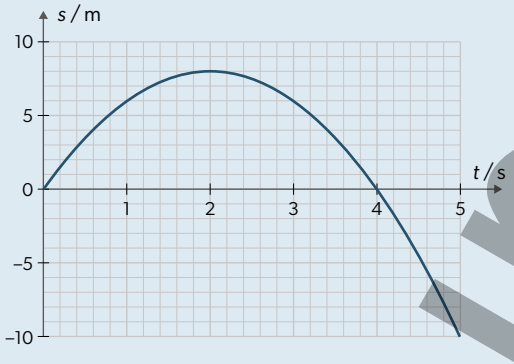
1.37

Elias er på vei til bussen og ser at den kommer mot busstoppet med farten 10 m/s. Han begynner å løpe mot busstoppet med farten 4,0 m/s. Busstoppet er 50 m unna, og Elias kommer fram til busstoppet akkurat samtidig med bussen. Hvor langt unna bussen er Elias når han oppdager den

a dersom bussen og Elias beveger seg i samme retning mot busstoppet?
b dersom bussen og Elias beveger seg i motsatt retning mot busstoppet?

1.38

Figuren nedenfor viser posisjonen til en gjenstand som funksjon av tiden.



a Hvor stor er gjennomsnittsfarten de første 2,0 sekundene?
b Hvilken andregradsfunksjon passer til posisjonsfunksjonen?
c Lag en funksjon som viser farten som funksjon av tiden.
d Ved hvilke tidsrom er farten positiv?
e Ved hvilken tid er absoluttverdien av farten størst?
f Hvor stor er momentanfarten ved $t = 2{,}0$ s og ved $t = 4{,}0$ s?

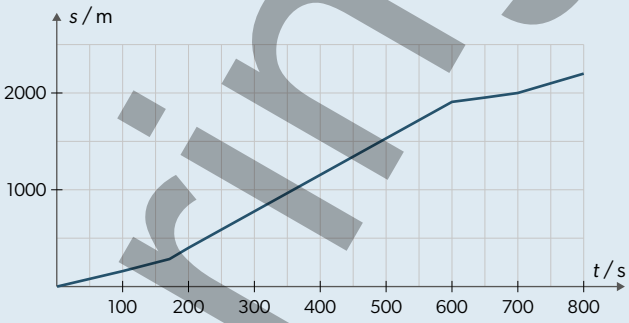
1.39 ◆

Du skal løpe fram og tilbake til butikken. På vei til butikken løper du med farten v_1, og tilbake igjen løper du med farten v_2. Hva må forholdet v_2 / v_1 være for at gjennomsnittsfarten for hele turen skal bli $2v_1$?

1C Grafisk framstilling

1.40

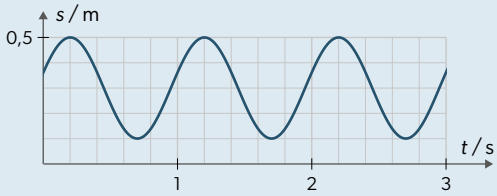
Figuren viser veigrafen for en joggetur.



a Hvor lenge varer joggeturen?
b Hvor lang er joggeturen?
c Hvor stor er gjennomsnittsfarten på joggeturen?
d Hvor stor er den største farten joggeren har på turen?

1.41

Ved hjelp av en datalogger kan vi måle posisjonen til et lodd som svinger opp og ned når det henger i en fjær. Fra et slikt forsøk får vi fram en graf som viser posisjonen til loddet som funksjon av tiden:



a Hvor stor er farten til loddet ved $t = 1{,}0$ s?
b Ved hvilke tidspunkter er farten 0 m/s?
c Hvor stor er den største farten til loddet?
d Hvor stor er gjennomsnittsfarten til loddet fra det er på toppen og til det er på bunnen av svingningen?

Til vurdering

1.42

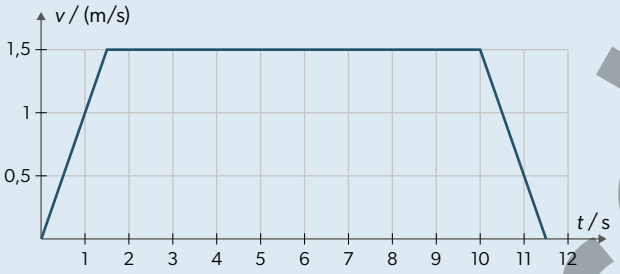
Du går med konstant fart på 2,5 m/s bortover en vei.

a Tegn en graf som viser bevegelsen din de første ti sekundene. Sett tiden t langs førsteaksen og tilbakelagt strekning s langs andreaksen.

b Hvilken funksjon beskriver grafen?

1.43

En heis beveger seg fra 1. til 5. etasje. Figuren nedenfor viser farten til heisen som funksjon av tiden.



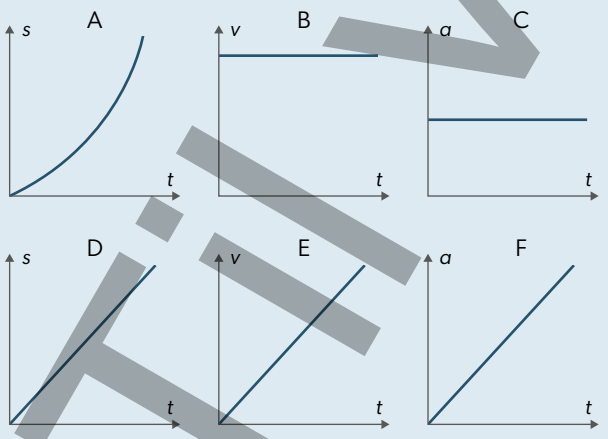
a Hvor lenge har heisen konstant fart?

b Hvor stor er akselerasjonen til heisen i starten?

c Hvor langt er det fra 1. til 5. etasje?

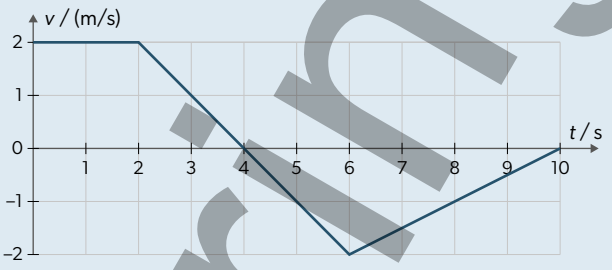
1.44

Tre av diagrammene kan beskrive én og samme bevegelse. Hvilke tre?



1.45

Grafen nedenfor viser farten til en gjenstand som funksjon av tiden.



a Lag en akselerasjonsgraf for bevegelsen.

b Ved hvilket tidspunkt er posisjonen, s, til gjenstanden størst?

c Lag en posisjonsgraf for bevegelsen. Sett $s = 0$ m for $t = 0$.
Hint: Det kan være lurt å avgjøre hva du vet om posisjonsgrafen ved tidspunktene $t = 2$ s, $t = 4$ s, $t = 6$ s og $t = 10$ s, før du begynner å tegne grafen.

1.46 ♦

Funksjonen $a(t) = -0{,}25\ \text{m/s}^3 \cdot t + 1{,}5\ \text{m/s}^2$ beskriver akselerasjonen til en syklist ut fra et lyskryss de første 6,0 sekundene. Syklisten starter i ro fra lyskrysset.

a Tegn en graf som viser $a(t)$ de første 6,0 sekundene.

b Hvor stor er farten til syklisten ved $t = 6{,}0$ s?

c Hvor stor er akselerasjonen til syklisten etter 3,0 s?

d Hvor stor er gjennomsnittsakselerasjonen til syklisten de første 6,0 sekundene?

e Hvorfor er svaret det samme i c og d?

f Ved hvilket tidspunkt er farten til syklisten 4,0 m/s?

Til vurdering

1D Konstant akselerasjon

1.47

Alle bevegelsene i denne oppgaven foregår med konstant akselerasjon.

a En gjenstand endrer fart fra 5,0 m/s til 10 m/s i løpet av 25 m.
Hvor stor er akselerasjonen til gjenstanden?

b En bil kjører på en vei der fartsgrensen endres. Bilen senker farten med en akselerasjon på 0,85 m/s^2 i 6,5 s og ender opp med en fart på 50 km/h.
Hvor stor var farten til bilen før nedbremsingen?

c En skiløper endrer farten fra 11 m/s til 6,0 m/s i løpet av 2,5 s.
Hvor langt kommer skiløperen på denne tiden?

d Et tog kjører med farten 15 m/s før det øker farten og akselererer med 0,25 m/s^2 over en strekning på 300 m.
Hvor lang tid tar fartsendringen?

1.48

Et fly starter fra ro og har konstant akselerasjon før det tar av med farten 100 m/s. Rullebanen er 1,8 km lang. Hvor stor må akselerasjonen til flyet være for at det skal rekke å ta av før det kommer til enden av rullebanen?

1.49

Et tog kjører med farten 36 km/h inn på en stasjon og stanser på 20 s.

a Finn gjennomsnittsakselerasjonen.

b Hvilken antakelse må vi gjøre for å finne ut hvor lang bremsestrekningen er?

1.50

I «hine hårde dage» måtte alle elever gjennom lengdekast med liten ball. Gymlærer Pedersen har fornyet seg og laget sin egen vri på denne kasteøvelsen. Han vil at elevene skal kaste en ball så høyt opp i lufta som mulig. Høyden på kastet beregner Pedersen ved å ta tiden fra ballen kastes og til den treffer bakken.

Sadia kaster ballen så høyt hun kan. Kastet er fra hodehøyde, 1,7 m over bakken. Pedersen tar tiden og måler at det tar 2,5 s fra hun kaster ballen og til den lander igjen på bakken.

a Hvor stor var utgangsfarten til ballen?

b Hvor høyt kom ballen?

1.51

En bil kjører med 80 km/h og skal redusere farten til 50 km/h. For at det skal være en behagelig nedbremsing, skal akselerasjonen være 1,0 m/s^2.

a Hvor lang tid før 50-sonen må bilføreren starte nedbremsingen?

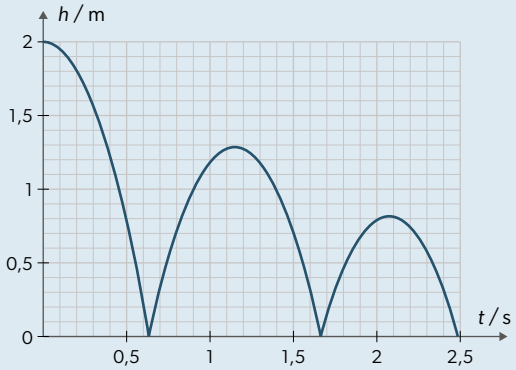
b Hvor lang strekning bruker bilen på nedbremsingen?

Litt seinere på turen akselererer bilen med 1,2 m/s^2 i 2,5 s. På denne tiden kjører bilen 45 m.

c Finn farten før og etter akselerasjonen.

1.52 ♦

Vi slipper en sprettball i gulvet og måler høyden, h, til ballen som funksjon av tiden for de første sprettene:



a Hvor stor er farten til sprettballen like før den treffer gulvet første gang?

b Hvor stor er farten til sprettballen idet den spretter opp første gang?

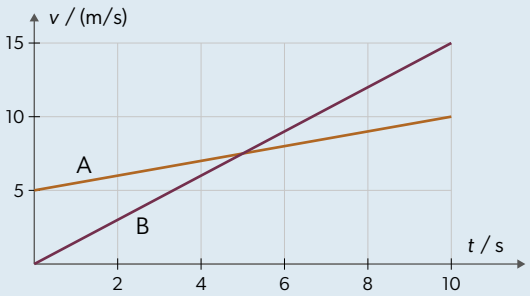
c Lag en fartsgraf som viser farten til ballen som funksjon av tiden til den treffer gulvet første gang.

d Hvordan fortsetter fartsgrafen etter første sprett?

Tilvurdering

1.53

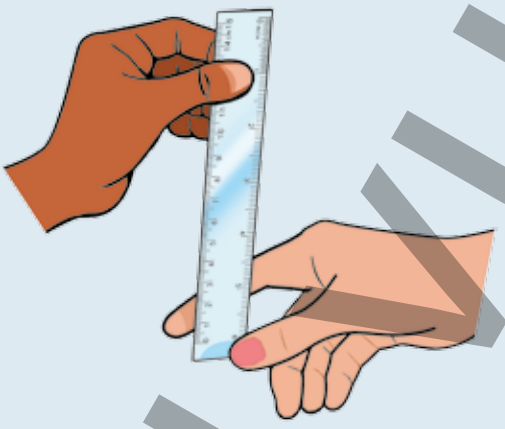
Idet trafikklyset skifter til grønt, kjører to biler ved siden av hverandre ut av et kryss. Figuren viser fartsgrafen til bilene de første sekundene etter at lyset ble grønt.



a Hvordan ser du at begge bilene har konstant akselerasjon?
b Når er bil A lengst fra bil B?
c Når tar bil B igjen bil A?

1.54

Til denne oppgaven trenger du en student eller venn.



Hold en linjal mellom tommelen og pekefingeren til partneren din. Uten at partneren din vet når, slipper du linjalen, og partneren skal stoppe den så raskt som mulig. Ved å se hvor langt linjalen har falt, kan du regne ut reaksjonstiden til partneren din.

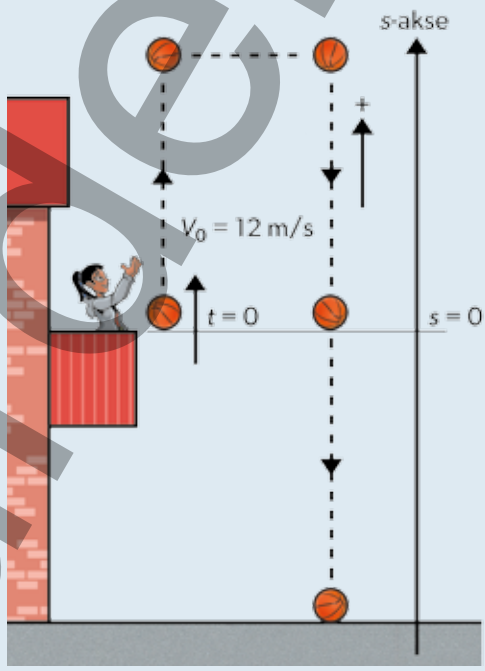
Finn reaksjonstiden til partneren din.

1.55

To av bevegelseslikningene for konstant akselerasjon er $v = at + v_0$ og $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$. Hvis vi lar t være variabelen i de to uttrykkene, hva kaller vi da de matematiske funksjonene disse likningene representerer?

1.56

Du står på en balkong og kaster en ball loddrett oppover med farten 12 m/s. Velg positiv retning *oppover* i hele oppgaven, og velg $s = 0$ ved balkongen. Se bort fra luftmotstand.



a Finn tiden ballen bruker på oppturen.
b Hvor høyt over balkongen ligger toppunktet?
c Hva er ballens posisjon når den er tilbake ved balkongen?
d Hvor lang tid bruker ballen fra den blir kastet og til den er tilbake ved balkongen? Sammenlikn svaret ditt med svaret på oppgave a.
e Ballen passerer balkongen og treffer bakken 2,7 s etter at den ble kastet. Hva er ballens posisjon nå?

Tilvurdering

f Hvilken fart har ballen på nedturen når den passerer balkongen og når den treffer bakken? Gjør spesielt rede for fortegnet.
g Tegn en akselerasjonsgraf for hele bevegelsen, fra ballen blir kastet og til den treffer bakken.
h Tegn en fartsgraf for hele bevegelsen.
i Tegn en posisjonsgraf for ballen for hele bevegelsen.

1E Simulering av bevegelse

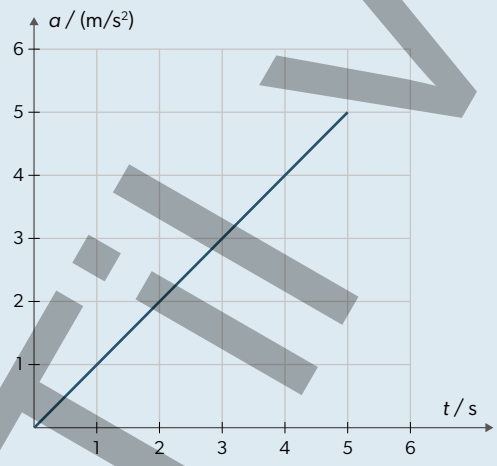
1.57

Vi kaster en stein opp i lufta med startfart 8,0 m/s. Se bort fra luftmotstand.

a Lag en simulering og finn posisjonen til steinen ved tiden $t = 2{,}0$ s.
b Finn posisjonen ved hjelp av bevegelseslikningene for konstant akselerasjon, og sammenlikn svaret med posisjonen du fant i oppgave a.
c Finn høyden på kastet ved hjelp av simulering og ved hjelp av bevegelseslikningene.

1.58 ♦

En gjenstand starter fra ro og har en akselerasjon som vist på denne figuren:



a Forklar at $a(t) = 1\ \text{m/s}^3 \cdot t$ beskriver akselerasjonen til gjenstanden.
b Vis med utgangspunkt i funksjonen for akselerasjonen at $v(t) = \frac{1}{2}\text{m/s}^3 \cdot t^2$ beskriver farten til gjenstanden.
c Lag en simulering som beregner posisjonen til gjenstanden etter 5,0 s med utgangspunkt i fartsfunksjonen ovenfor.
d Endre simuleringen til å beregne posisjonen etter 5,0 s med utgangspunkt i en funksjon for akselerasjonen til gjenstanden.
e Gir metoden i oppgave c samme svar som metoden i oppgave d?

1.59

En rakett har en akselerasjon som er gitt ved $a(t) = 0{,}50\ \text{m/s}^3 \cdot t + 8{,}0\ \text{m/s}^2$.

a Simuler rakettens bevegelse de første ti sekundene.
b Tegn akselerasjonen, farten og posisjonen til raketten som funksjon av tiden.

1.60

Vi slipper en ball fra en 20 m høy bygning slik at farten blir så stor at vi ikke kan se bort fra luftmotstand. Akselerasjonen til ballen er gitt ved $a(v) = -9{,}81\ \text{m/s}^2 + 0{,}034\ \text{m}^{-1} \cdot v^2$ når positiv retning er oppover og vi tar hensyn til luftmotstanden.

a Lag et program som simulerer bevegelsen, og finn ut hvor lang tid ballen bruker på å treffe bakken.
b Sammenlikn svaret ditt i oppgave a med tiden ballen ville ha brukt på å treffe bakken dersom vi hadde regnet med fritt fall.
c ♦ Undersøk hvilken høyde du kan slippe ballen fra slik at simuleringen med luftmotstand, og beregning uten luftmotstand, gir samme svar med to gjeldende sifre.

Til vurdering

1.61 ♦

En sprettball slippes fra en høyde på 2,0 m. Når den treffer bakken, spretter den opp igjen med 90 % av farten den hadde da den traff bakken.

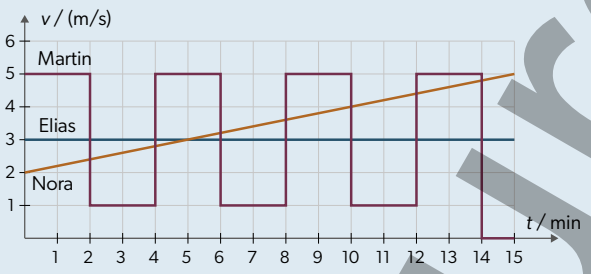
Simuler bevegelsen til sprettballen og tegn en graf som viser høyden til sprettballen som funksjon av tiden for $t \in [0\ \text{s}, 5\ \text{s}]$.

Hint: Du bør lage en **`if`**-betingelse i **`while`**-løkka for å sjekke om ballen har truffet bakken.

Blandede oppgaver

1.62

Martin, Nora og Elias er ute og jogger hver for seg. Nedenfor ser du fartsgrafene til de tre.



a Hvem kom lengst?

b Beskriv bevegelsene med ord.

1.63

Tenk deg at du går på et 20 m langt rullebånd på en flyplass. Rullebåndet holder en fart på 0,50 m/s, og din gangfart er 1,0 m/s. Du går fram og tilbake på rullebåndet, først med retningen, og så mot retningen til rullebåndet. Etterpå går du fram og tilbake ved siden av rullebåndet.

a Lag en graf som viser bevegelsen din når du går på rullebåndet. Tegn inn i den samme grafen bevegelsen din når du går ved siden av rullebåndet.

b Hvor lang tid bruker du når du går ved siden av rullebåndet, og hvor lang tid bruker du når du går på rullebåndet?

c ♦ Vis at det alltid går raskere å gå fram og tilbake ved siden av rullebåndet enn å gå fram og tilbake på rullebåndet, uansett hvilken gangfart du har, og uansett hvor fort rullebåndet går.

1.64

På månen er tyngdeakselerasjonen 1,62 m/s^2.

a Hvor mange prosent utgjør tyngdeakselerasjonen på månen av tyngdeakselerasjonen på jorda?

En hammer blir sluppet på månen, og en tilsvarende hammer blir sluppet på jorda. De slippes fra samme høyde.

b Hvor mange prosent lengre tid tar fallet på månen enn fallet på jorda?

1.65

Hvis du lar en hul og en fylt sylinder trille ned et skråplan, vil den hule sylinderen ha en akselerasjon som er 75 % av akselerasjonen til den fylte sylinderen. (Prøv gjerne med et kronestykke og en ring. Legg merke til at kronestykket har størst akselerasjon.)

Du lar en fylt og en hul sylinder rulle ned et skråplan.

Hvor mange prosent høyere oppe på skråplanet må den fylte sylinderen starte i forhold til den hule for at de to sylindrene skal bruke like lang tid ned skråplanet?

1.66 ♦

En stein blir sluppet fra et hustak og faller fritt loddrett nedover. På veien bruker den 0,10 s på å passere et 2,0 m høyt vindu. Hvor langt falt steinen før den nådde vinduet?

Til vurdering

1.67 ♦

Nora har en brønn på hytta. Hun ønsker å finne ut hvor langt det er fra kanten av brønnen og ned til vannet. Hun slipper en stein ned i brønnen og hører at den treffer vannflaten 1,2 s seinere.

a Se bort fra luftmotstand, og finn farten til steinen når den treffer vannet.

b Hvor langt er det ned til vannet i brønnen?

Når Nora har målt tiden til 1,2 s, betyr det i praksis at den reelle tiden kan være et sted mellom 1,15 s og 1,25 s.

c Finn usikkerheten i dybden av brønnen.

d Lydfarten er 340 m/s. Er det nødvendig å ta med i beregningen hvor lang tid lyden fra plasket bruker opp til Nora?

e Er det rimelig å se bort fra luftmotstand?

f Dersom vi skulle tatt hensyn til luftmotstand og lydfarten, ville disse faktorene ført til at den beregnede dybden av brønnen ble større eller mindre?

Nora får tak i noe mer avansert måleutstyr og gjør en ny og mer presis måling av tiden fra hun slipper steinen til lyden av plasket når opp igjen til toppen av brønnen. Målingen viser at det tar 1,215 s.

g Ta hensyn til lydfarten, men se bort fra luftmotstand, og finn dybden av brønnen med usikkerhet.

1.68

En vogn triller på et skråplan. Posisjonen til vogna er gitt ved

$s(t) = -0{,}43\ \text{m/s}^2 \cdot t^2 + 2{,}1\ \text{m/s} \cdot t$.

a Finn farten til vogna ved $t = 0$ s.

b Tegn posisjonsgrafen til vogna.

c Finn en funksjon for farten til vogna.

d Hvordan kan du se ut fra fartsfunksjonen at vogna mister fart?

e Hvor langt opp på skråplanet kommer vogna?

1.69

Da vi framstilte sykkelturen til Nora ned bakken grafisk, lot vi t være på førsteaksen og s på andreaksen. Vi kunne ha valgt å ha t^2 på førsteaksen.

a Fullfør tabellen og legg inn punktene i et koordinatsystem med t^2 på førsteaksen.

t (s)	0,0	2,4	3,3	4,1	4,7
t^2 (s^2)					
s (m)	0,0	5,0	10,0	15,0	20,0

b Bruk regresjon til å finne en rett linje som passer med punktene.

c Hvorfor passer en rett linje til punktene, og hva representerer stigningstallet til linjen?

1.70 ♦♦

En bil A skal kjøre forbi en annen bil B som kjører i 70 km/h i en 80-sone. Begge bilene er 5,0 m lange. Sikker kjøring krever at den bakerste bilen ligger 3,0 sekunder bak bilen foran seg. Bil A starter forbikjøringen i 70 km/h, i riktig avstand bak bil B, og akselererer med 0,80 m/s^2 til 80 km/h. Bil A avslutter forbikjøringen når den er så langt foran bil B at det tilsvarer den strekningen B legger bak seg på 3,0 s.

a Forklar at bil A kjører 127 m lenger enn bil B under forbikjøringen.

b Vis at bil A har kjørt 72 m før den er kommet opp i 80 km/h, og at det tar 3,5 s å akselerere fra 70 km/h til 80 km/h.

c Hvor langt kjører bil A i den tiden hele forbikjøringen tar?

Til vurdering

1.71

En rakett blir skutt loddrett opp med en konstant akselerasjon på 25 m/s^2 så lenge rakettmotoren virker. Etter 20 s stopper motoren brått. Se bort fra luftmotstand.

a Hvor stor er farten til raketten når motoren stopper?

b Lag en fartsgraf for de første 100 sekundene av bevegelsen.

c Hvor høyt kommer raketten?

d Lag en simulering av bevegelsen og tegn høyden til raketten som funksjon av tiden grafisk.

1.72 ♦

En gutt blir påkjørt i et lysregulert gangfelt. Vitner stadfester at gutten gikk ut i gangfeltet straks han fikk «grønn mann». Bilisten hevder at hun holdt fartsgrensen på 50 km/h og trådte bremsen inn straks hun så at lyset skiftet fra grønt til gult. Vurder bilistens påstand ut fra disse opplysningene:

- Gutten ble heldigvis så lite skadd at bilen neppe hadde større fart enn 2,5 m/s i påkjøringsøyeblikket.
- Det gule lyset var på i 2,0 s før det skiftet til rødt.
- Gutten fikk «grønn mann» 1,0 s etter at bilen fikk rødt lys.
- En oppmerksom bilist har vanligvis en reaksjonstid på ca. 0,80 s.
- En bremseprøve etterpå viste at bilen fikk akselerasjonen 7,5 m/s^2 ved maksimal bremsing.

1.73

Martin står i en heis og slipper en stein mot heisgulvet fra 1,0 m høyde. Samtidig akselererer heisen oppover med 1,50 m/s^2.

Hvor lang tid tar det fra Martin slipper steinen til den treffer gulvet?

1.74 ♦

Shanghai Tower er med sine 632 m en av verdens høyeste bygninger. En av heisene i Shanghai Tower bruker 53 sekunder på å gå fra første til øverste etasje. Maksimumsfarten til heisen er 74 km/h.

Hvor stor er akselerasjonen til heisen dersom vi antar at akselerasjonen er konstant og like stor når heisen starter som når den bremser ned?

1.75 ♦

En 10,0 cm lang vogn starter i ro og triller ned et skråplan med konstant akselerasjon. Langs skråplanet er det plassert to elektroniske fotoceller med 1,50 m mellomrom. Vogna bryter den første fotocellen ved $t = 0{,}902$ s og bruker 0,086 s på å passere den. Ved $t = 1{,}803$ s bryter vogna den andre fotocellen og bruker 0,045 s på å passere den.

a Finn akselerasjonen til vogna.

b Hvor langt over den første fotocellen startet vogna?

1.76

Under EM i friidrett i 1994 fikk Geir Moen tiden 10,20 s i finalen på 100 m. Vinnertiden til Linford Christie ble 10,14 s. En avis fant ut at Geir Moen var 58 cm fra gull. Hvordan kan de ha kommet fram til det?

1.77 ♦

Bob Kåre er ute og triller lillesøster Ane Rikke i en barnevogn. I en nedoverbakke stopper han og later som om han mister barnevognen. Vognen med den jublende lillesøsteren får akselerasjonen 0,50 m/s^2. Bob Kåre kan løpe med farten 8,0 m/s for å ta igjen vognen.

Hvor lenge kan Bob Kåre stå stille før han må sette etter vognen hvis leken ikke skal bli alvor? Gå ut fra at Bob Kåre holder konstant fart.

Til vurdering

1.78

a Kan en gjenstand med konstant akselerasjon endre fartsretning?

b Kan en gjenstand med konstant akselerasjon endre fartsretning *to* ganger?

1.79

Du kaster en stein vertikalt opp i lufta. Når du kaster steinen beveger du armen 0,70 m før du slipper steinen. Steinen når en høyde på 5,0 m over der du slapp den.

Hvor stor var akselerasjonen til steinen under kastebevegelsen? Anta at akselerasjonen er konstant.

1.80

To steiner slippes med 0,50 s mellomrom fra en høy bygning. Se bort fra luftmotstand.

Vil avstanden mellom steinene øke, minke eller holde seg konstant mens de faller?

1.81 ♦

Du er på vei inn på en motorvei med fartsgrense 90 km/h. I det du er på innkjøringsfeltet til motorveien har du farten 50 km/h. Bilen din har en akselerasjon på 1,5 m/s^2. En bil på motorveien kommer med konstant fart 90 km/h i høyre kjørefelt.

Hvor stort forsprang til bilen på motorveien må du ha for ikke å hindre den når du kjører inn på motorveien?

1.82 ♦

En gjenstand har en posisjon som følger funksjonen

$$s(t) = -0{,}073\,t^3 + 0{,}83\,t^2 + 1{,}8\,t + 10$$

der s er strekningen i meter og t er tiden målt i sekunder.

a Hvor stor er gjennomsnittsfarten til gjenstanden de første ti sekundene?

b Tegn grafen til s for t mellom 0 s og 10 s.

c Finn farten til gjenstanden ved $t = 0$ s.

d Ved hvilket annet tidspunkt har gjenstanden samme fart som i oppgave **c**?

e Er farten til gjenstanden 0 m/s ved noe tidspunkt?

f Ved hvilket tidspunkt er akselerasjonen til gjenstanden minst?

Til vurdering

KAPITTELTEST

Oppgave 1

a Gi et eksempel på en fysisk størrelse. Hva er måltall og enhet i størrelsen?

b Forklar forskjellen på momentanfart og gjennomsnittsfart.

Oppgave 2

En politibil følger etter en bil i en 80-sone. De mistenker at bilen kjører for fort. I løpet av 47 s har bilen kjørt 1,21 km.

a Hvor stor var gjennomsnittsfarten til bilen? Oppgi svaret med korrekt antall gjeldende sifre.

De siste tre hundre metrene har bilføreren senket farten til 80 km/h. Dersom du kjører fortere enn 116 km/h mister du lappen.

b Kan politiet bevise at bilen kjørte fortere enn 116 km/h på noe tidspunkt?

Oppgave 3

Knut og Sadia er på biltur. Når bilen kjører ut fra et kryss, noterer Knut farten til bilen for hvert sekund og får disse resultatene:

t (s)	0	1	2	3
v / (m/s)	0,0	2,2	4,4	6,6

a Hvor stor er gjennomsnittsakselerasjonen til bilen de første tre sekundene?

b Framstill farten som funksjon av tid i en graf.

c Avgjør om akselerasjonen er konstant.

d Hvor langt har bilen kommet etter tre sekunder?

Oppgave 4

En kloss glir bortover et horisontalt underlag. Startfarten er 2,0 m/s, og klossen har en konstant akselerasjon på $-0{,}25\ \text{m/s}^2$.

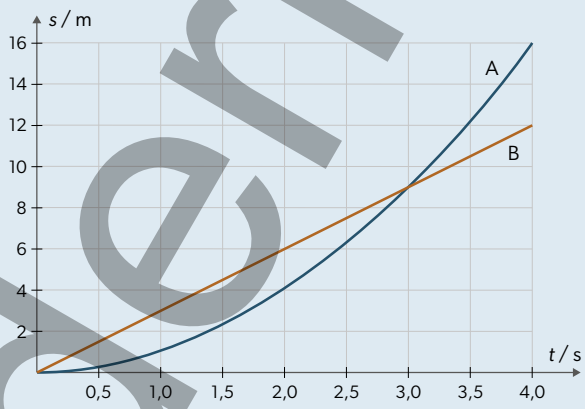
a Hvor lang tid tar det før klossen stopper?

b Hvor langt har klossen glidd på denne tiden?

c Hvor stor er farten til klossen når den har kommet halvveis?

Oppgave 5

Figuren viser posisjonen til to gjenstander A og B som funksjon av tiden.



a Beskriv bevegelsen til hver av de to gjenstandene.

b Ved hvilket tidspunkt har gjenstandene kommet like langt?

c Hvor stor er farten til gjenstandene ved tiden $t = 2{,}0$ s?

Oppgave 6

Vi kaster en stein opp i lufta. Farten til steinen er 5,0 m/s når den er 10 m over bakken.

a Hvor høyt over bakken kommer steinen?

b Steinen ble kastet fra en høyde på 2,0 m over bakken. Med hvilken fart ble steinen kastet?

c Hvor lang tid tar det fra steinen ble kastet og til den treffer bakken?

Oppgave 7

En kule skytes ut av et luftgeværløp som er 40 cm langt. Akselerasjonen til kula i m/s^2 er gitt ved $a(s) = 300 / (s + 0{,}01)$, der s er lengden kula har beveget seg i geværløpet i meter.

Lag et program som finner farten til kula når den kommer ut av geværløpet.

Til vurdering

FORSØK

Du finner fullstendige forsøksbeskrivelser på Aunivers.no

1.1 Matematisk modellering

En planpendel består av et lodd som henger i en tråd. Svingetiden til pendelen er tiden loddet bruker på å svinge fram og tilbake fra maksimalt utslag. Hva bestemmer svingetiden til pendelen?

1.2 Måling av lydfart

Lyd beveger seg ganske raskt gjennom lufta. Ved hjelp av et videokamera kan du finne ut hvor stor lydfarten er.

1.3 Usikkerhet i sammensatte størrelser

Et skyvelære kan brukes til å måle små avstander svært nøyaktig. Da vil du kanskje oppdage at ting som ser helt jevnstore ut, ikke er det likevel. Hvordan skal vi oppgi volum og areal av gjenstander når vi vet at lengden på sidene ikke er helt nøyaktig bestemt?

1.4 Måling av momentanfart og momentanakselerasjon

Dersom vi klarer å måle posisjonen til en gjenstand med svært små forskjeller i tid, kan vi få en god tilnærming til både momentanfart og momentan akselerasjon.

1.5 Vogn på skråplan

Ved hjelp av en datalogger kan du undersøke sammenhengen mellom posisjon, fart og akselerasjon til en vogn som triller på et skråplan.

1.6 Fritt fall

Tyngdeakselerasjonen ved jordoverflaten er ca. 9,81 m/s^2. Hvor nøyaktig kan vi måle denne verdien?

1.7 Vertikalt kast

Når vi skyter en kule opp i lufta, kan vi bruke den maksimale høyden til kula for å bestemme utgangshastigheten.

1.8 Videoanalyse av bevegelsen til en sprettball

Bevegelsen til en sprettball kan vi undersøke ved å filme bevegelsen og bruke et videoanalyseverktøy til å studere bevegelsen nærmere. Faller sprettballen med konstant akselerasjon? Hvordan kan vi finne farten til sprettballen etter et «sprett»?

1.9 Roterende sylindre

En hul sylinder akselererer ganske jevnt og fint ned et skråplan, men hva skjer med bevegelsen dersom du fyller sylinderen helt eller delvis med væske eller sand?

1.10 Sykloidebevegelse

Dersom man følger et punkt på et hjul som triller på bakken, vil punktet følge en bane som kalles en sykloide. Ved å studere bevegelsen til et punkt på et hjul vil du oppdage at farten ikke er konstant, men varierer hele tiden.

1.11 Måling av akselerasjon ved hjelp av en micro:bit

En micro:bit er en liten mikrokontroller som blant annet har et innebygd akselerometer. I dette forsøket bruker vi en micro:bit til å måle akselerasjonen til en gjenstand.

Tilvurdering